# MINT

## (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik)

# -- Mathematik mit dem Computer --

## (EXCEL, geogebra, CAS ++)

### Projekt- od.ä. Kurs(e) für die Sekundarstufe II

Autor: L. Drews

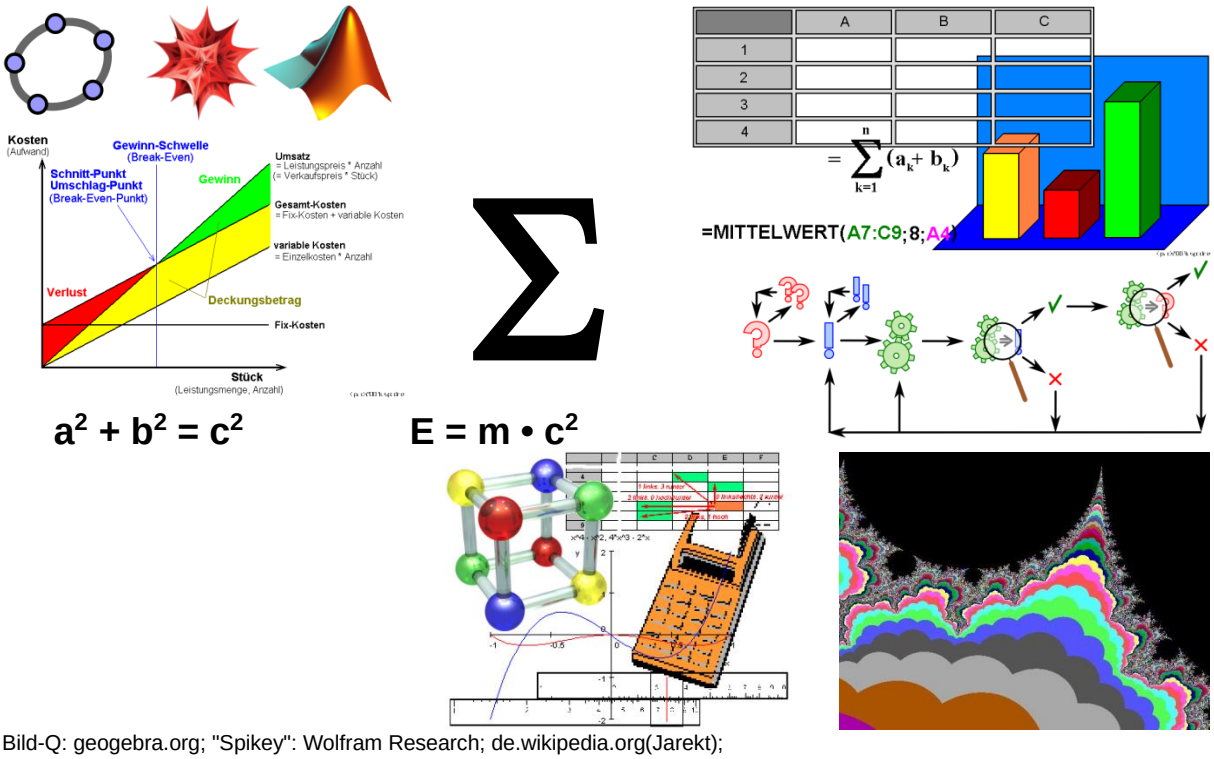


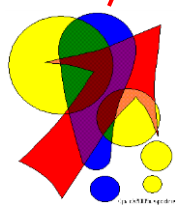

Bild-Q: geogebra.org; "Spikey": Wolfram Research; de.wikipedia.org(Jarekt);

**unredigierte Entwicklungs-Version 0.2b (2024)**



(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

**Legende:**
mit diesem Symbol werden zusätzliche Hinweise, Tips und weiterführende Ideen gekennzeichnet



**Nutzungsbestimmungen / Bemerkungen zur Verwendung durch Dritte:**

(1) Dieses Skript (Werk) ist zur freien Nutzung in der angebotenen Form durch den Anbieter (lern-soft-projekt) bereitgestellt. Es kann unter Angabe der Quelle und / oder des Verfassers gedruckt, vervielfältigt oder in elektronischer Form veröffentlicht werden.

(2) Das Weglassen von Abschnitten oder Teilen (z.B. Aufgaben und Lösungen) in Teildrucken ist möglich und sinnvoll (Konzentration auf die eigenen Unterrichtsziele, -inhalte und -methoden). Bei angemessen großen Auszügen gehört das vollständige Inhaltsverzeichnis und die Angabe einer Bezugsquelle für das Originalwerk zum Pflichtteil.

(3) Ein Verkauf in jedweder Form ist ausgeschlossen. Der Aufwand für Kopierleistungen, Datenträger oder den (einfachen) Download usw. ist davon unberührt.

(4) Änderungswünsche werden gerne entgegen genommen. Ergänzungen, Arbeitsblätter, Aufgaben und Lösungen mit eigener Autorenschaft sind möglich und werden bei konzeptioneller Passung eingearbeitet. Die Teile sind entsprechend der Autorenschaft zu kennzeichnen. Jedes Teil behält die Urheberrechte seiner Autorenschaft bei.

(5) Zusammenstellungen, die von diesem Skript - über Zitate hinausgehende - Bestandteile enthalten, müssen verpflichtend wieder gleichwertigen Nutzungsbestimmungen unterliegen.

(6) Diese Nutzungsbestimmungen gehören zu diesem Werk.

(7) Der Autor behält sich das Recht vor, diese Bestimmungen zu ändern.

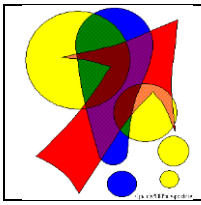
(8) Andere Urheberrechte bleiben von diesen Bestimmungen unberührt.

## Rechte Anderer:

Viele der verwendeten Bilder unterliegen verschiedensten freien Lizenzen. Nach meinen Recherchen sollten alle genutzten Bilder zu einer der nachfolgenden freien Lizenzen gehören. Unabhängig von den Vorgaben der einzelnen Lizenzen sind zu jedem extern entstandenen Objekt die Quelle, und wenn bekannt, der Autor / Rechteinhaber angegeben.

| | |
|---|---|
| **public domain** (pd) | Zum Gemeingut erklärte Graphiken oder Fotos (u.a.). Viele der verwendeten Bilder entstammen Webseiten / Quellen US-amerikanischer Einrichtungen, die im Regierungsauftrag mit öffentlichen Mitteln finanziert wurden und darüber rechtlich (USA) zum Gemeingut wurden. Andere kreative Leistungen wurden ohne Einschränkungen von den Urhebern freigegeben. |
| **gnu free document licence** (GFDL; gnu fdl) | |
| **creative commens** (cc) creative commons | BY: od. neu … Namensnennung<br>… nichtkommerziell<br>… in der gleichen Form<br>… unter gleichen Bedingungen |

Die meisten verwendeten Lizenzen schließen eine kommerzielle (Weiter-)Nutzung aus!



**Bemerkungen zur Rechtschreibung:**

Dieses Skript folgt nicht zwangsläufig der neuen **ODER** alten deutschen Rechtschreibung. Vielmehr wird vom Recht auf künstlerische Freiheit, der Freiheit der Sprache und von der Autokorrektur des Textverarbeitungsprogramms microsoft ® WORD ® Gebrauch gemacht.

Für Hinweise auf echte Fehler ist der Autor immer dankbar.



(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

# *Inhaltsverzeichnis:*

Seite


**0. Allgemeine Vorbemerkungen ..... 5**
**0.1. Ziele des Kurses: ..... 5**

**1. Mathematik aus der Zeit vor Taschenrechner und Computer ..... 6**
**1.1. Rechnen mit dem Rechenschieber ..... 6**
Links und Quellen zum Thema: ..... 11

**2. Tabellenkalkulation ..... 12**
**2.1. spezielle Aufgaben zu EXCEL für diesen Kurs ..... 12**
2.1.1. Berechnung und Darstellung von Funktionen ..... 12
2.1.1.1. Lineare Funktionen ..... 12
2.1.1.2. Potenzfunktionen ..... 14
2.1.1.3. Expotentialfunktionen ..... 15
2.1.1.4. Wurzelfunktionen ..... 15
2.1.1.5. weitere Funktionen ..... 15
**2.2. mathematische Aufgaben mit EXCEL ..... 16**
2.2.1. Lösen von Gleichungssystemen durch Interation ..... 16
1.2.2. Lösen von Gleichungssystemen über Matrizen ..... 18
**2.3. naturwissenschaftliche und technische Sachverhalte mit EXCEL bearbeiten ... 22**
2.3.1. Der menschliche Biorhythmus ..... 22
notwendige Zellen-Formate: ..... 24

**3. klassische Mathematik-Programme ..... 25**
**3.x. Mathe-Ass ..... 25**
**3.x. GeoGebra ..... 26**
3.x.0. Versionen und Installation ..... 26
3.x.1. GeoGebra Classic ..... 26
klassische Programm-Benutzung ..... 27
Erstellen / Einfügen von (grafischen / mathematischen) Objekten ..... 28
Winkel zeichnen und messen ..... 29
Dreiecke zeichnen ..... 29
Hinzufügen von Texten ..... 31
Körper und Körper-Netze erstellen und manipulieren ..... 32
Gestalten (Formatieren) von Objekten ..... 35
Erstellen von Achsen- und Dreh-symmetrischen Figuren ..... 35
Stecken (Verkleinern oder Vergrößern) von Objekten ..... 35
Augmented Reality ..... 36
Graphen und Funktionen ..... 37
Transformationen ..... 38
spezielle Anwendungen auf mathematische Sachverhalte ..... 38
praktische Anwendungen z.B. in der Schule ..... 39

**4. Computer-Algebra-Systeme ..... 41**
**4.x. Derive ..... 41**
**4.x. MuPAD ..... 41**
**4.x. Maple ..... 41**
**4.x. Wolfram Mathematica ..... 42**
4.x.1. Erst-Kontakt – das Grund-Prinzip von WOLFRAM Mathematica ..... 43
4.x.1.1. Eingaben - Grundlagen ..... 44
4.x.1.2. Variablen / Namen ..... 46
4.x.1.3. einfache Berechnungen ..... 47
4.x.1.4. Funktionen ..... 48
4.x.1.5. Umformungen ..... 49
4.x.1.6. Zahlen-Systeme / … ..... 50
4.x.1.7. Reihen / Reihen-Entwicklungen ..... 50



(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

4.x.1.8. Grenzwerte / Limes ... 51
4.x.1.9. Differentiation / Ableitungen ... 51
4.x.1.10. Integration / Integrale ... 51
4.x.1.11. Definition eigener Funktionen ... 52
4.x.1.12. Listen ... 52
4.x.1.13. Vektoren / Felder / Tabellen ... 53
4.x.1.14. Matrizen ... 54
4.x.1.15. Gleichungen ... 55
4.x.1.16. Lösen von Differential-Gleichungen ... 55
4.x.1.17. Grafik ... 56
4.x.1.18. Datei-Handling (Dateien lesen / schreiben) ... 57
4.x.1.19. Programmieren von Mathematica ... 58
4.x.1.20. Problem-Lösungen mit Mathematica ... 60
4.x.1.21. Wolfram|Alpha-Abfrage ... 63

**5. mathematische Probleme ... 65**

**5.x. Regression ... 66**

Vorhersage-Modell ... 67

**Literatur und Quellen: ... 69**

**Vorlagen: ... 71**

**5.5. Begriffe und Begriffsbestimmungen, Definitionen ... 71**



(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

# 0. Allgemeine Vorbemerkungen

Wenn man ein Weilchen mit Computerprogrammen - wie MuPAD, MATHEMATICA od. ä. - gearbeitet hat, fragt man sich schnell, wozu man sich eigentlich noch mit Mathematik in der Schule usw. beschäftigen muß? Die Programme können fast alles rechnen, sind genauer und schneller. Zwar braucht man heute noch mathematische Kenntnisse, um das Problem computergerecht einzugeben, dass wird aber in den nächsten Jahren sicher mehr und mehr vom Computer selbst übernommen werden.
Da sind wir bei der Frage: Wozu beschäftigen wir uns überhaupt mit Mathematik in der Schule? Als Argumente kann man anbringen, dass das Rechnen eine Grundfähigkeit für den täglichen Umgang mit anderen Menschen und Waren ist. Die höhere Mathematik fällt wohl weniger in diesen Bereich (wohl eher im Gegenteil). Es ist eher die Entwicklung des abstrakten Denkens, des Umgangs mit Begriffen, Verfahren und Algorithmen, die hier im Mittelpunkt stehen. Nicht zu Vergessen das Entwickeln von Fähigkeiten zum Lösen von Problemen und Aufgaben. Die Anwendung in komplizierten wissenschaftlichen und technischen Problemstellungen spielt in der Schule – welche die Grundlagen legt – leider eine zu geringe Rolle. Dadurch wird der Sinn oft ein wenig verschleiert.
Ich – als Nichtmathematiker - sehe Computer-Mathematik-Programme in der Schule vorrangig als Hilfsmittel zur Kontrolle von handgerechneten Lösungen, als Möglichkeit zum Experimentieren und zur Erweiterung der Sicht auf mathematische Probleme. Da darf auch mal Spaß bei der Beschäftigung mit der Mathematik aufkommen. Für viele Schüler ist oft auch ein veränderter Zugang (z.B. Arbeit mit dem Computer) ein besserer Einstieg zum mathematischen Problem. Später können dann solche Programme viele Routinetätigkeiten übernehmen. Dafür muß der Mensch seine Kontrollfunktionen stärker erfüllen, denn Computer sind eben nur Maschinen. Und eben deshalb muß man schon wissen, was Sache ist.
In den nächsten Jahren wird der Inhalt der Mathematik und die Art und Weise, wie man sich mit ihr beschäftigt, einem ähnlichen Wandel unterliegen, wie die Schul-Mathematik ihn mit der Einführung von Taschenrechnern schon erlebt hat.

## *0.1. Ziele des Kurses:*

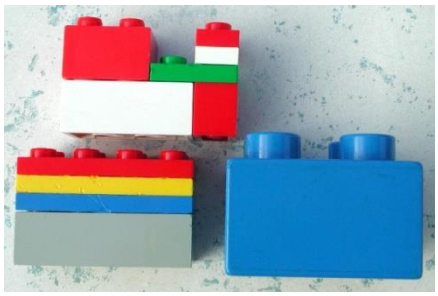
- Wiederholung mathematischer Kenntnisse
- Üben und Anwenden von Fähigkeiten und Fertigkeiten beim Lösen von mathematischen Aufgaben und Problemen
- Auseinandersetzung mit praktischer Mathematik
- sinnvolle Arbeit mit dem Computer
- Probleme erkennen und Problemlösungen erarbeiten
- Verknüpfung von Fachwissen unter fächerübergreifenden Aspekten
- Arbeiten im Team
- Umgang mit Computern routinieren


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

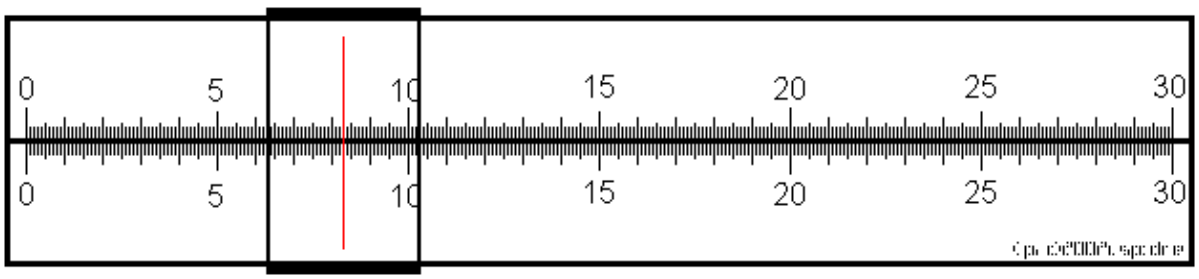
# 1. Mathematik aus der Zeit vor Taschenrechner und Computer

## *1.1. Rechnen mit dem Rechenschieber*

Viele nehmen heute den Taschenrechner oder den Computer als allgegenwärtiges Rechenhilfsmittel war. Gab es eigentlich jemals etwas anderes? Wie hat man früher komplizierte Aufgaben gerechnet? Was passiert, wenn mal der Strom ausfällt oder ein (künstlicher od. natürlicher) EMP (Elektromagnetischer Puls) unsere elektronischen Rechenhilfen unbrauchbar macht. Wie kann man dann noch rechnen?
Wenn ich dann erzähle, dass noch 1981 das Abitur mit Rechenschieber und Tafelwerk (Sin-, Cos- und Mantissen-Tafeln ) geschrieben wurde, dann werden viele hellhörig. Rechenschieber – was ist das / wie geht das?
In diesem Exkurs soll nun das grundsätzliche Prinzip von Rechenschiebern vorgestellt werden. Auf eine vollständige geschichtliche Darstellung der mechanischen Rechenhilfsmittel verzichten wir hier.
Natürlich kommt der Computer auch hier nicht zu kurz. Da ich natürlich nicht für jeden Kursteilnehmer einen Rechenschieber hatte, suchte ich im Internet nach Hilfsmitteln – und wurde fündig.
Mit einem der Rechenschieber-Programme kann man die Übungen dann gut nachvollziehen. Schöner geht's natürlich mit echten Rechenschiebern.
Die Erfindung des Rechenschieber (1622) geht auf den Engländer William OUGHTRED zurück. Damit sind auch diese Rechenhilfsmittel gerade knapp 400 Jahre alt.
Das Prinzip geht auf die Addition und auf die Nomogramm-Technik zurück. Schauen wir uns zuerst die Technik der Addition von Längen / Höhen / Breiten oder allg. Strecken an.



Aus unserer Kindheit ist uns das Prinzip der Addition schon unbewusst an Holzbauklötzern oder Lego-/Duplo-/Pebe-Steinen klar geworden. Durch Über- oder Nebeneinanderlegen erhielt man größere Höhen / Längen. Auch die Halben-, Drittel- oder Viertel-Steine konnten wir schnell sinnvoll kombinieren (addieren), damit sie sich an die gewünschte Höhe / Länge anpassen.
Als Beispiel lassen sich gut zwei (ev. durchsichtige) Lineale verwenden. Das eine muß zwar umgedreht oder untergelegt benutzt werden – für erste Versuche und zur Verdeutlichung des Prinzips reicht es aber.
Etwas universeller geht es mit zwei Linealen. Als Hilfsmittel zum Einstellen und Ablesen können Radiergummi's mit Stecknadeln od.ä. "Schieber" dienen.
Ein verkürzter Additions-Rechenschieber könnte so aussehen:

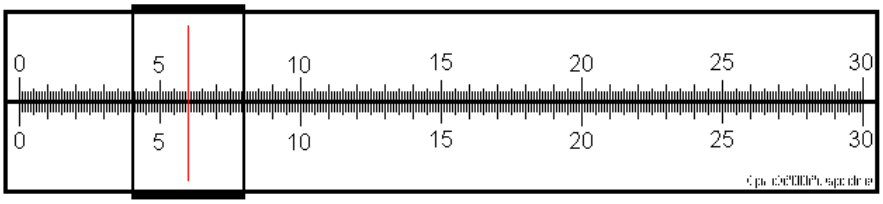




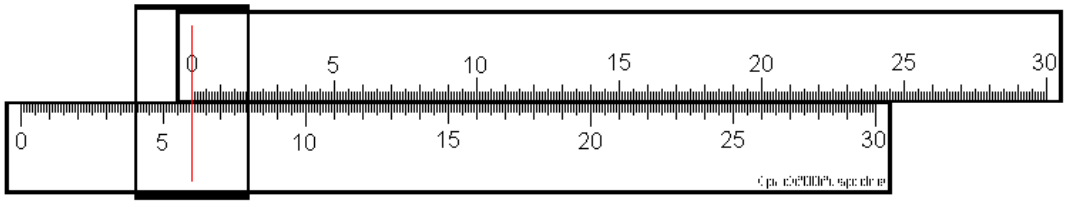
(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

Bei einer **Addition** (z.B.: 6 + 13) geht man folgendermaßen vor.

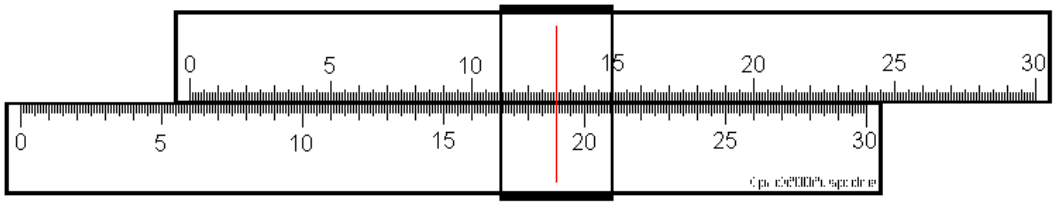
1. Einstellen des ersten Operanden / Summanden (6) auf der unteren Skala mit dem Schieber (rote Linie).




2. Die Null der oberen Skala mit der roten Linie des Schiebers in Übereinstimmung bringen (entspricht Addition mit Null und ergibt den ersten Operanden)




3. Schieber nun zum 2. Operanden / Summanden (13) auf der oberen Skala bewegen

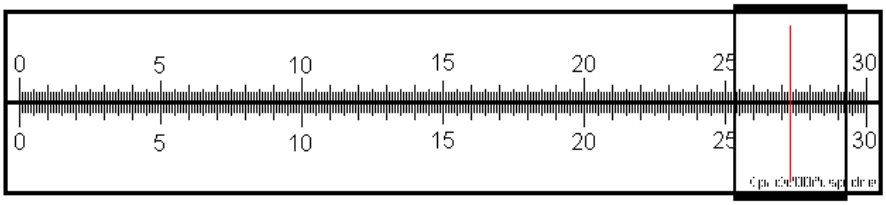



4. Ergebnis / Summe wird auf der unteren Skala abgelesen (sollte die 19 sein, wenn man exakt genug gearbeitet hat!)

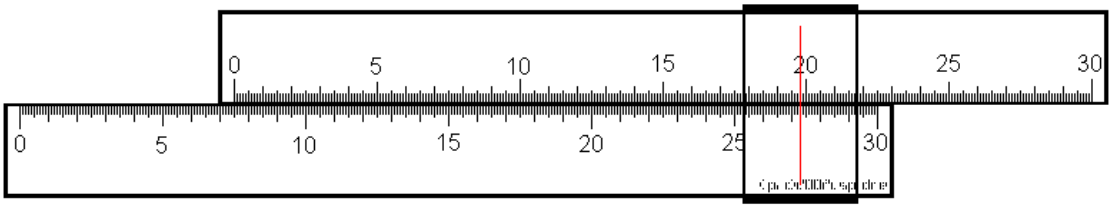
Praktisch ist die Addition der Zahlen hier einfach eine Addition der Strecken / Längen.
Für Additionen mit größeren Zahlen müsste man einen solchen Rechenschieber systematisch verlängern.

Die **Subtraktion** (z.B. 27,3-19,8) funktioniert genau umgekehrt.

*1. Mit dem Schieber auf der unteren Skala den Minuend / ersten Operand (27,3) einstellen.*



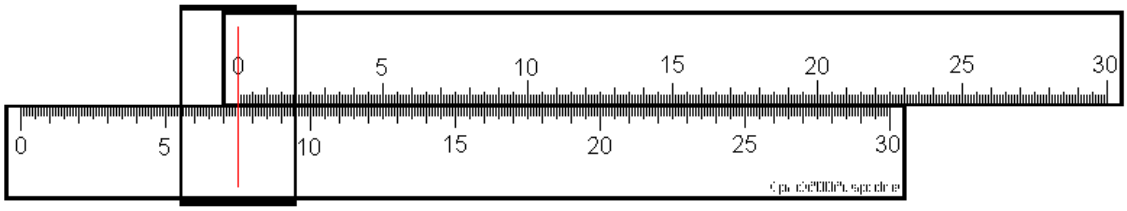

*2. Den Subtrahend / zweiten Operanden (19,8) mit der oberen Skala deckungsgleich am Schieber bringen*





(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

*3. Den Schieber auf die Null der oberen Skala einstellen und auf der unteren Skala die Differenz / das Ergebnis (7,5) ablesen.*




Multiplikation und Division lassen sich mit einem solchen einfachen Rechenschieber nicht bewerkstelligen – es sei denn man benutzt die Zerlegung in eine Summe.
Erst nachdem um 1600 der schottische Mathematiker John NAPIER (1550 - 1617) und der schweizerische Uhrmacher Jost BÜRGI (1558 - 1632) unabhängig voneinander den Logarithmus entdeckten, gelang es die Punktrechnungen auf die Strichrechnungen zurückzuführen.
Der englische Theologe und Mathematiker Edmund GUNTHER (1581 - 1626) entwickelte – auf der Basis der Logaritmenzahlen – eine in Metall gravierte Skala (1620). 1622 kombinierte der Engländer William OUGHTRED (1574 - 1660) zwei solcher Skalen entweder linear oder kreisförmig miteinander. Der Rechenschieber in seiner heute üblichen Form mit verschiebbarer Zunge und festem Körper geht auf Seth PARTRIDGE (1654) und WINGATE zurück. Nach und nach folgten verschiedene Funktionsskalen. Isaak NEWTON verbesserte die Handhabbarkeit und Ablesemöglichkeiten 1775 mit dem Läufer (auch Indikator od. "Schieber"). Zum perfekten Rechengerät fehlte nur noch eine Standardisierung, die 1850 vom Franzosen Victor Amédée MANNHEIM vorgenommen wurde. Auf ihn gehen die Kennzeichnung der Skalen mit Großbuchstaben (Grundskalen C und D, Quadrat A und B, Kubik K, ...) zurück.
Schauen wir uns aber das Funktionsprinzip an.
Der Logarithmus ist bestimmt:

für $a^n = b$ $\quad (a, b \geq 0; a \neq 1)$

gilt $n = \log_a b$

$a^{\log_a b} = b$

$\log_a 1 = 0$

$\log_1 a$ ist nicht erklärt

besondere Logarithmen:

$\lg b = \log_{10} b$

$\ln b = \log_e b$

$\mathrm{lb}\ b = \log_2 b$

es gelten die Rechenregeln:

$$\log_a (b * c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \left( \frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

Aus diesen ersten Rechenregeln wird deutlich, dass sich Multiplikation und Division auf die Addition bzw. Subtraktion zurückführen lassen.
Benutzt man noch dazu die dekadischen Logarithmen (lg), dann bleibt man zudem im Bereich der kleinen Zahlen (praktisch zumeist –30,000 bis +30,000). Hier verfügen wir zum Einen über ein gutes Gefühl für richtige und offensichtlich falsche Ergebnisse. Zum Anderen bieten sich die mechanischen und manuellen Rechenhilfen (Rechenmaschinen, Abacus, ...) als sehr schnelle Hilfsmittel an (gemessen an der damaligen technischen Entwicklung (Noch heute rechen viele russische und asiatische (Markt-)Verkäuferinnen mit Abacus-ähnlichen Geräten schneller, als so mancher Taschenrechnerbenutzer.)).


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

weiterhin gelten die Rechenregeln:

$$\log_a b^c = c * \log_a b$$

$$\log_a \sqrt[c]{b} = \frac{\log_a b}{c}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

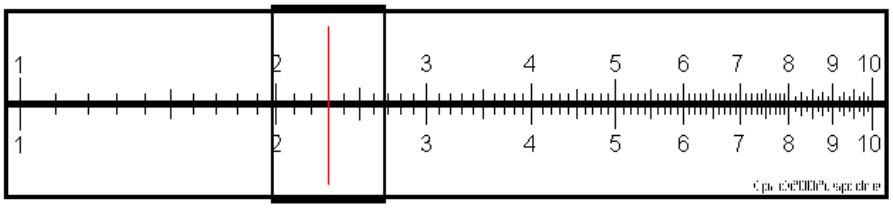
$$\ln b = \frac{\lg b}{\lg e} \approx 2{,}30259 \ \lg b$$

$$\lg b = \ln b * \lg e \approx 0{,}43429 \ln b$$

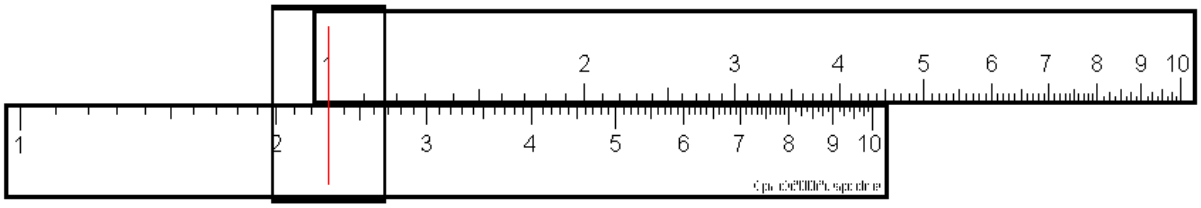
Bei der Potenzierung und Radizierung (Wurzelziehen) gelingt die Rückführung auf die Punktrechenoperationen. Die Umwandlung von einem Logarithmus in einen anderen begegnet uns ev. mal in Programmierungsanwendungen. Oft ist in der einen oder anderen Programmiersprache nur ein Logarithmus als Funktion integriert.

Eine **Multiplikation** (2,3 * 3,3) läuft prinzipiell in den gleichen Schritten wie die Addition am linearen Rechenschieber ab. Der wesentliche Unterschied sind die logarithmischen Skalen. Im Prinzip addieren wir ja auch – nur eben Logarithmen.

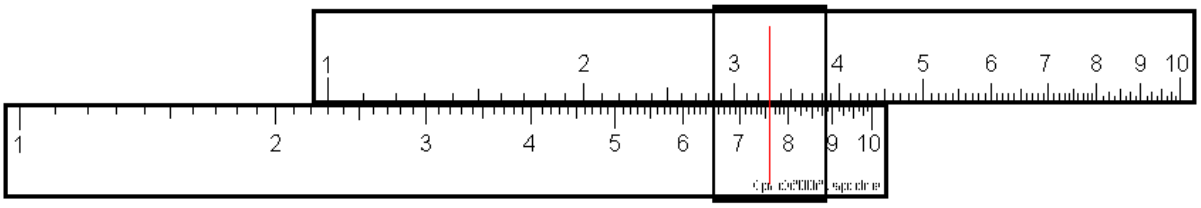
1. *Einstellen des ersten Operanden / Faktor (2,3) auf der unteren Skala mit dem Schieber (rote Linie).*




2. *Die Eins der oberen Skala mit der roten Linie des Schiebers in Übereinstimmung bringen (entspricht der Multiplikation mit Eins und ergibt den ersten Operanden)*




3. *Schieber nun zum 2. Operanden / Faktor (3,3) auf der oberen Skala verschieben*

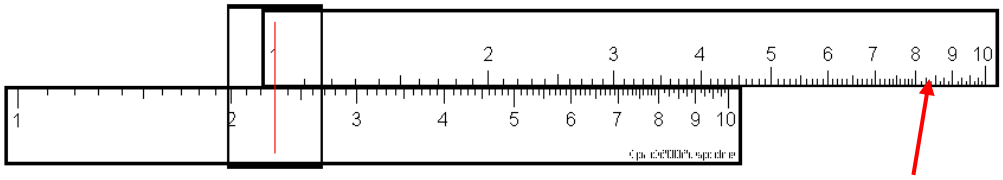



4. *Ergebnis / Summe wird auf der unteren Skala abgelesen (hier: 7,6; sollte eigentlich 7,59 sein)*

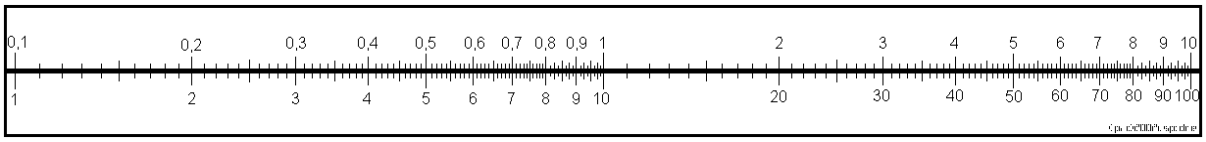
In der praktischen Rechnung mit Rechenschiebern wird immer nur die Verrechnung der Ziffernfolgen vorgenommen. Die genaue Position des Kommas wird durch Überschlagsrechnungen ermittelt. (Überschlagsrechnung für obiges Beispiel: 2 * 3 = 6)
Trotz einer großen Hilfe bei der Genauigkeit und Geschwindigkeit, bleibt noch genug Kopfarbeit.


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

Was passiert aber, wenn man nun z.B. 2,3 mit 8,5 multiplizieren möchte?

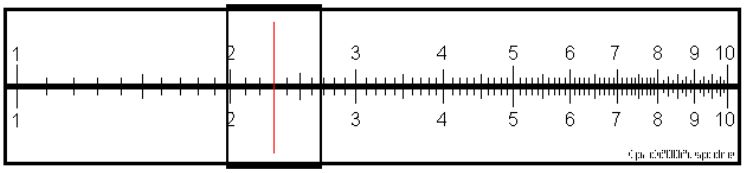


Die Skalen müßten hierfür verlängert werden. Tut man dies, dann werden wir mit einem interessanten Effekt bei der Fortsetzung von logarithmischen Skalen konfrontiert. Zur Veranschaulichung dieses Effekts wurde die obere Skala zu kleineren Zahlen verlängert und die untere Skala zu größeren.

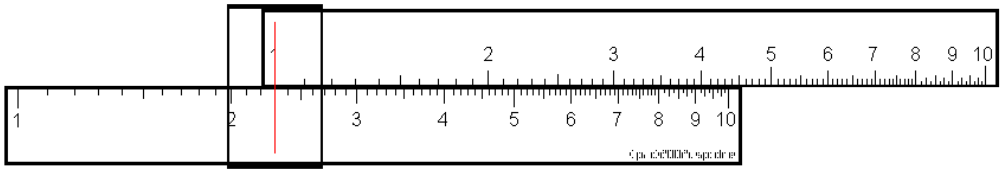


Es stehen sich immer die gleichen Ziffernfolgen gegenüber!
Da ja sowieso nur mit Ziffernfolgen gerechnet wird, reicht eine einfache Skala (von 1 bis 10) aus. Wenn nun die Zahlen nicht mehr auszuwerten sind, dann wird statt der 1 die 10 zum Einstellen bzw. Ablesen benutzt. Das Beispiel 2,3 * 8,5 errechnet sich dann so:

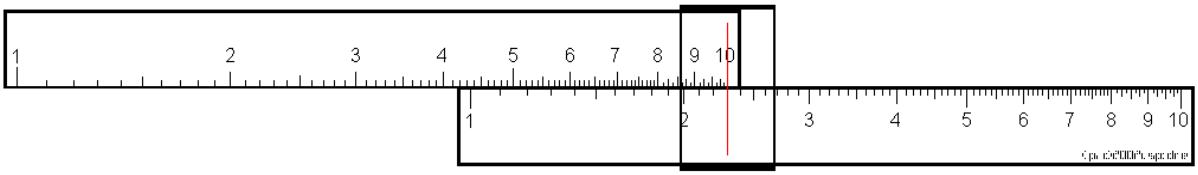
*1. erster Faktor (2,3)*



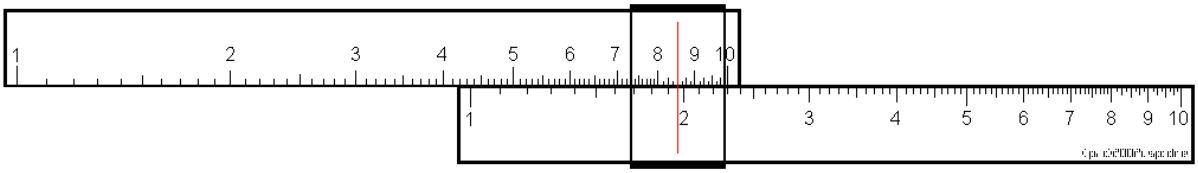
*2. obere Skala auf 1 positionieren*



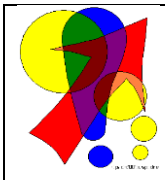
*3. da bei zweitem Faktor (8,5) nicht abgelesen werden kann, obere Skala auf 10 positionieren*



*4. Schieber auf zweiten Faktor einstellen und auf unterer Skala das Ergebnis ablesen (Ziffernfolge: 1,96)*



5. nach Überschlagsrechnung (2 * 8 = 16) Korrektur der Kommaposition → Ergebnis: 19,6
(exaktes Ergebnis wäre 19,55 gewesen (Fehler: 0,26%))



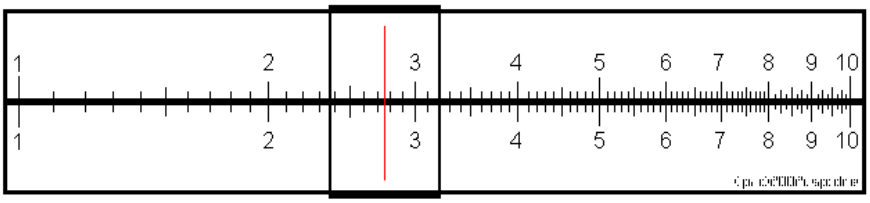
**ein Tip von einem faulen Schüler:**
Statt der normalen Skalen C und D (laufen von 1 bis 10) kann man praktisch auch die Quadratskalen A und B nutzen. Diese laufen von 1 bis 100. So spart man sich einige Rückschiebeaktionen mit der Zunge und Überschlagsrechnungen. Der entscheidende Nachteil ist die geringe Auflösung der Skala und damit eine höhere Ungenauigkeit!

Nach einem kurzen Resümee kann man sich die **Division** selber ableiten.

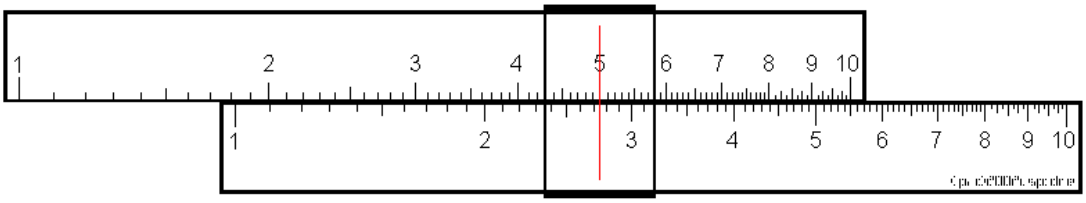

(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

Betrachten wir auch hier ein Beispiel mit "Überlauf" der Skala.

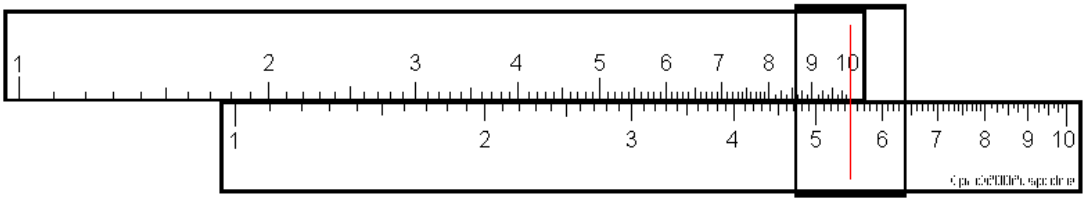
1. *Mit dem Schieber auf der unteren Skala den Dividend / ersten Operand (27,5 → Ziffernfolge 2,75) einstellen.*



2. *Den Divisor / zweiten Operanden (5) mit der oberen Skala deckungsgleich am Schieber bringen*



3. *Da der Schieber nicht auf die Eins der oberen Skala einstellt werden kann, wird die 10 genutzt und den Quotient / das Ergebnis (5,5 (Überschlag 30 / 5 = 6)) ablesen.*



"Heutige" Rechenschieber verwenden nur noch logarithmische Skalen sowie Skalen für die verschiedensten Funktionen (Quadrat, Kubik, Sinus, Tangens, ...).

## *Aufgaben:*

1. ***Vollziehen Sie die Beispiele an einem echten oder computersimulierten Rechenschieber nach!***
2. ***Berechnen Sie die folgenden Aufgaben als Überschlag, mit dem Rechenschieber und zur Kontrolle mit dem Taschenrechner! Berechnen Sie den Fehler zwischen Rechenschieber- und Taschenrechnerlösung!***

| | | |
|---|---|---|
| a) 1,9 * 4,5 | b) 3,6 * 2,25 | c) 7,1 * 4,45 |
| d) π * 9,2 | e) π * π | f) 2,5 * 250 * 0,0000015 |
| g) 250 * 0,48 * 63000 | h) 8 / 2,5 | i) 3,75 / 1,25 |
| j) 6,2 / 0,8 | k) 0,25 / 0,00625 | l) 185 * 0,525 / 22,5 * 0,0045 |

## *Links und Quellen zum Thema:*

/#1/ www.peterholland.de (Rechenschieber-Programm: rs.exe)
/#2/ www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/history/ausstell/rechenschieber/interaktiv.html (interaktiver Rechenschieber)
/#3/ www.ies.co.jp/math/java/misc/slide_rule/slide_rule.html (interaktiver Rechenschieber mit Funktionserklärung (engl.))
/#4/ www.rechenwerkzeug.de
/#5/ www.wikipedia.org/wiki/rechenschieber


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

# 2. Tabellenkalkulation

siehe dazu im entsprechenden Skript "Tabellenkalkulation mit EXCEL" oder im ausführlicheren und weiterführenden Skript “Tabellenkalkulation mit EXCEL (für kaufmännische Berufe)“

alternativ lässt sich auch das Kosten-frei erhältliche CALC aus dem OpenOffice bzw. dem LibreOffice verwenden

auch andere Office-Suiten bieten Kosten-frei Versionen an
sehr zu empfehlen die Softmaker-Suite
praktisch alle Suiten orientieren sich im Leistungs-Umfang an EXCEL und sind meistens auch fast vollständig kompartibel

## *2.1. spezielle Aufgaben zu EXCEL für diesen Kurs*

### 2.1.1. Berechnung und Darstellung von Funktionen

#### *2.1.1.1. Lineare Funktionen*

Bauen wir zuerst die Überschriften und Themenbeschreibung unseres Kalkulationsblattes auf. Darunter folgt dann gleich der Eingabe-Bereich. Für eine sinnvolle Berechnung und Darstellung benötigen wir die Funktionsparameter **m** und **n** – also den Anstieg und den Schnittpunkt mit der y-Achse. Für die Berechnung der Funktionswerte und die graphische Darstellung die Kalkulation brauchen wir zudem noch die untere und obere Grenze (Definitionsbereich).
Aus praktischen Erwägungen wollen wir uns auf 20 berechnete Wertepaare beschränken. Damit sollte die Funktion deutlich im gewählten Definitionsbereich dargestellt werden können. Wie Sie sehen werden, kann man aber ohne weiteres noch mehr Zwischenwerte berechnen lassen. Der Eintipp-Aufwand ist eigentlich der Selbe – nur einige Maus-Aktionen werden etwas länger.
Sie sollten es sich zur Gewohnheit werden lassen die einzelnen Bereiche (Eingaben, Konstanten, Berechnungen, Ergebnisse) Ihrer Kalkulation mit unterschiedlichen Farben (z.B.: grün, blau, gelb, orange, ...) zu hinterlegen. So findet man sich auch nach längerer Zeit schnell in der Kalkulation zurecht. Formatierte Überschriften usw. tun dann ihr übriges.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Lineare Funktionen** | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | allg. Formel | **y = m x + n** | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | | | | **Definitionsbereich** | | |
| 6 | Anstieg (m) | 3 | | untere Grenze | -10 | |
| 7 | Schnittpunkt (n) | 4 | | obere Grenze | 20 | |
| 8 | | | | Schrittweite | | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | **x** | **y** | | | | |
| 11 | | | | | | |


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

Ergänzen wir nun die eigentlichen Berechnungen.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Lineare Funktionen** | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | allg. Formel | **y = m x + n** | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | | | | **Definitionsbereich** | | |
| 6 | Anstieg (m) | 3 | | untere Grenze | -10 | |
| 7 | Schnittpunkt (n) | 4 | | obere Grenze | 20 | |
| 8 | | | | Schrittweite | =(E7-E6)/20 | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | **x** | **y** | | | | |
| 11 | =$E$6 | =$B$6*A11+$B$7 | | | | |
| 12 | =A11+$E$8 | =$B$6*A12+$B$7 | | | | |
| | | | | | | |
| 30 | | | | | | |
| 31 | | | | | | |

Die etwas ungewöhnliche Zellen-Adressen mit den Paragraph-Zeichen erklären sich aus der festen (absoluten) Position der Funktionsparameter in der Kalkulations-Tabelle. Wir wollen das immer genau mit der Zelle gerechnet wird.
Ab Zeile 13 können wir die automatische Ausfüll-Funktion von EXCEL nutzen. Dazu zieht man einfach an der rechten, unteren, schwarzen Ecke der markierten Zelle(n). Die Formeln od. ä. werden dann soweit ausgefüllt, wie die Maus gezogen wird. In unserem Beispiel bis zur Zeile 30 – womit wir die 20 Wertepaare erhalten. Für mehr Wertepaare ziehen Sie einfach weiter. Beachten Sie aber, dass auch die Schrittweiten-Berechnung in Zelle E8 an die neue Anzahl angepasst werden muß.
Spaßens halber können Sie ja mal probieren, wie die Kalkulation aussehen würde, wenn Sie die Ausfüllfunktion auf Zell-Adressen ohne das Paragraph-Zeichen anwenden würden.

Was uns nun noch fehlt ist ein passendes Diagramm. Markieren Sie für den Diagramm-Assistenten den Bereich, aus dem ein Diagramm erzeugt werden soll (hier: A10:B30). Nun starten wir den Diagramm-Assistenten z.B. über das "Einfügen"-Menü und "Diagramm ...". Diesen Assistenten können Sie nun solange "vor" und "zurück" gehen und Optionen ändern bis das Diagramm in weiten Zügen Ihren Ansprüchen genügt. Nachfolgend sind nur die Änderungen bzw. notwendigen Auswahlen aufgezählt:


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

| Assistenten-Seite | Auswahl / Option | Bemerkungen |
|---|---|---|
| ***Diagrammart*** | **Punkt (XY)**<br>Punkte mit Linien | ev. Punkte mit interpolierten Linien |
| ***Diagramm-quelldaten*** | | |
| ***Diagramm-optionen*** | **Titel**<br>Diagrammtitel: lineare Funktion<br>Rubrikenachse (Y): y<br>Größenachse (X): x<br>**Gitternetzlinien**<br>alle Haupt- und Nebengitternetze auswählen<br>**Legende**<br>Legende anzeigen: deaktivieren | ev. reichen Hauptgitternetze |
| ***Diagramm-platzierung*** | "als Objekt in" aktivieren | |

Nach dem "Fertigstellen" erscheint das Diagramm auf dem Rechenblatt. Sie können es nun durch Anfassen und Ziehen an die gewünschte Position bewegen (ev. vorher die Seite einrichten). Über die schwarzen Anfaß-Ecken lässt sich die Größe des Diagramms anpassen.
Zum Drucken des gesamten Blattes (mit Kalkulation und Diagramm) darf das Diagramm nicht ausgewählt sein. Prüfen Sie unbedingt vorher in der Seitenansicht, ob der Ausdruck Ihren Anforderungen genügt und der Papierbedarf optimal (bzw. minimal) ist.

## *Aufgaben:*

1. ***Vollziehen Sie das Beispiel nach!***
2. ***Drucken Sie sich das Beispiel als ein Blatt (mit Kalkulation und Diagramm) aus!***
3. ***Verändern Sie die Funktionsparameter und den Definitionsbereich auf beliebige Werte!***
4. ***Erstellen Sie die graphische Darstellung der Funktion*** $y = -2{,}3\,x - 6{,}8$ ***in den Grenzen*** $-12 \geq x \geq 3$ ***!***
5. ***Drucken Sie dieses Mal nur das Diagramm aus!***

## *2.1.1.2. Potenzfunktionen*

Das soeben entwickelte Kalkulationsblatt lässt sich auch für andere Funktionstypen anpassen. Wir benötigen lediglich eine Funktion für die Potenzdarstellung. In EXCEL dient dazu die Funktion **POTENZ(*basis* ; *exponent*)**. Basis und Exponent können direkt eingegeben oder berechnet werden oder auch Zellbezüge sein.


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

## *2.1.1.3. Expotentialfunktionen*

Expotentialfunktionen lassen sich genau wie die Potenzfunktionen über die POTENZ-Funktion berechnen. Benötigt man die echte Expotential-Funktion – also zur Basis e (EULERsche Zahl) – dann hilft uns EXCEL sogar mit einer eigenen Funktion. Mit **EXP(*exponent*)** lässt sich somit $e^x$ berechnen (x sei der *exponent*).

## *2.1.1.4. Wurzelfunktionen*

Microsoft wollte wohl seinen Nutzern nicht zu viel Mathematik zumuten. Bei den Wurzeln werden die Möglichkeiten in EXCEL knapp. Lediglich die Quadrat-Wurzel ist direkt zugänglich. Über **WURZEL(*basis*)** erhält man die übliche $\sqrt{x}$ (x sei die *basis*).
Eine andere Erklärung für die mangelnde Behandlung von Wurzeln, könnte natürlich auch als Herausforderung für Mathematiker betrachtet werden. Unter Verwendung der Umschreibung in eine Potenzfunktion erhalten wir:

$$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

In EXCEL-Schreibweise also einfach **POTENZ(*basis* ; 1 / *n*)** (n sei der *wurzelgrad*).

## *2.1.1.5. weitere Funktionen*

Hier sei nur kurz auf die vielseitig vorhandenen Winkelfunktionen und die unzähligen Spezial-Funktionen hingewiesen. Im EXCEL-Skript (→ "Tabellenkalkulation mit EXCEL") bzw. in der Hilfe sind diese aufgezählt bzw. ausführlich beschrieben.

## *Aufgaben:*

1. ***Erstellen Sie sich ein Tabellenblatt für die Berechnung und Darstellung einer beliebigen Potenzfunktion!***
2. ***Prüfen Sie die Kalkulation der Funktionen*** $y = 2{,}5\ x^{3{,}4}$ ***und*** $y = -0{,}5\ x^{-3}$ ***mit Ihrem Taschenrechner!***
3. ***Erstellen Sie sich ein Tabellenblatt für Expotenztialfunktionen!***
4. ***Prüfen Sie die Funktionen*** $y = 2{,}5 * 3{,}4^x$ ***und*** $y = -0{,}5 * -3^x$ ***!***
5. ***Erstellen Sie sich ein Tabellenblatt für die Berechnung und Darstellung von Winkelfunktion!***
6. ***Prüfen Sie die Kalkulation z.B. der Funktionen*** $y = \sin x$ ***und*** $y = -\cos x$ ***mit Hilfe von Darstellungen aus Tafelwerken od. ä.!***


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

# *2.2. mathematische Aufgaben mit EXCEL*

Die nächsten Abschnitte sollen die Einsicht in die praktische Nutzbarkeit von EXCEL vertiefen. Grundlegende Fähigkeiten in der Handhabung einer Tabellenkalkulation werden vorausgesetzt. Wir nehmen einfach bestimmte mathematische Verfahren oder Probleme und zeigen exemplarisch das Vorgehen. Die Reihenfolge ist eher zufällig und ohne direkten bezug zum Vorgehen im Mathematik-Unterricht.

## 2.2.1. Lösen von Gleichungssystemen durch Interation

(nach /13/)

Für diese Anwendung von EXCEL wählen wir das Beispiel:

$$y = \frac{10 - 2y}{3} \quad \text{und} \quad y = \frac{x - 2}{4} \quad .$$

Natürlich lässt sich die exakte Lösung des Gleichungssystems auch z.B. über das Gleichsetzungsverfahren erzielen.
Wir wählen alternativ ein Einsetzungsverfahren. Zuerst stellen wir uns die eine Gleichung nach x um und erhalten:

$$x = \frac{10 - 3y}{2} \quad \text{und} \quad y = \frac{x - 2}{4} \quad .$$

Durch gegenseitiges Einsetzen und weiterrechnen mit den Zwischenlösungen wollen wir eine immer bessere Annäherung an das Endergebnis erreichen.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| **1** | | | |
| **…** | | | |
| **5** | | | |
| **6** | **manuelle Interation** | | |
| **7** | **x** | **y** | |
| **8** | | =(A8-2)/4 | |
| **9** | =(10-3*B8)/2 | | |
| **10** | | | |

Die einzutippenden Formeln sind in der nebenstehenden Abbildung sichtbar.
Die Zelle A8 bleibt leer – was einer 0 entspricht - oder sie wird bei Bedarf mit einem passenden Startwert gefüllt. Als nächstes füllen wir die Zelle B9 automatisch von B8 aus.
In der Tabelle erscheint jetzt für **x** und **y** das erste Mal ein berechnetes Lösungspaar.

(Zum besseren Verständnis der mathematischen Zusammenhänge behalten wir die Anzeige der Formel bei – normalerweise erscheinen dort sofort die berechneten Werte.)


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| … | | | |
| 5 | | | |
| 6 | **manuelle Interation** | | |
| 7 | **x** | **y** | |
| 8 | | =(A8-2)/4 | |
| 9 | =(10-3*B8)/2 | =(A9-2)/4 | |
| 10 | | | |
| … | | | |
| 40 | | | |
| 41 | | | |

Nach dem Markieren von A9:B9 lassen wir wieder die darunter liegenden Zellen (z.B. bis Zeile 40) ausfüllen. (siehe auch linke Abbildung)
In EXCEL sieht man nun, dass die Zwischenlösungen sich wirklich immer mehr annähern. Irgendwann ist der Unterschied zwischen zwei Zwischenlösungen so klein, dass er praktisch keine Rolle mehr spielt. Wir haben also eine Lösung des Gleichungssystems.

Nun ist dies sicher ein möglicher - aber nicht der effektivste - Weg in EXCEL.
Versuchen wir doch einfach die Formeln mit direktem, gegenseitigen Einsetzen zu verwenden.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | |
| … | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | **manuelle Interation** | | | **direkte (automatische) Interation** | | |
| 7 | **x** | **y** | | **x=** | =(10-3*E8)/2 | |
| 8 | | =(A8-2)/4 | | **y=** | =(E7-2)/4 | |
| 9 | =(10-3*B8)/2 | =(A9-2)/4 | | | | |
| 10 | =(10-3*B9)/2 | =(A10-2)/4 | | | | |
| 11 | =(10-3*B10)/2 | =(A11-2)/4 | | | | |
| 12 | =(10-3*B11)/2 | =(A12-2)/4 | | | | |
| … | | | | … | | |
| 40 | =(10-3*B39)/2 | =(A40-2)/4 | | | | |

Gleich nach dem Eintippen der Formeln bei E7 bzw. E8 gibt EXCEL eine Fehlermeldung aus, die besagt, das die Formeln einen Zirkelbezug besitzen.

Dies bedeutet, sie sind voneinander abhängig. Die Zelle E7 braucht den Wert aus E8. Der muß aber erst aus E7 berechnet werden usw. usf.

| | A | … | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| … | | | | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | | | **direkte (automatische) Interation** | | |
| 7 | | | **x=** | =(10-3*E8)/2 | |
| 8 | | | **y=** | =(E7-2)/4 | |
| 9 | | | | | |

Normalerweise geht so etwas natürlich nicht, da jeder Rechner daran unendlich sitzen würde. Wenn wir die Rechnung per Hand (bzw. wie bei manuell gezeigt) berechnen, hören wir ja auch irgendwann auf. Unsere Grenzen sind einmal die Zahl von Schritten oder die Feststellung, dass die berechneten Werte keine Veränderungen mehr aufweisen. Praktisch müssen wir der Tabellenkalkulation all dies nun irgendwie mitteilen. Die notwendige Veränderung muß bei den "Optionen" im Menü "Extras" durchgeführt werden. Unter dem Reiter "Berechnung" findet sich ein Bereich "Interation" mit einem Optionskästchen. Dies muß aktiviert werden. Daneben befinden sich zwei Eingabefeld. Das erste für die maximale Anzahl von Interationen, die berechnet werden sollen. Im zweiten können wir die Genauigkeit eingeben – also die maximal zu erreichende Differenz (Änderung) zwischen zwei Ergebnissen. Je kleiner


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

diese Zahl, um so genauer ist das Ergebnis. Für normale Aufgaben reichen 100 Interationen und eine maximale Änderung von 0,000001 völlig aus.
Für praktische Anwendungen braucht man den manuellen Weg dann nicht mehr. Auch aufwendigere Gleichungssysteme sind so numerisch lösbar (, wenn sie es auch wirklich sind!!!).

## *Aufgaben:*

***1. Wandeln Sie das Schema so ab, dass in den Zeilen 2 und 3 die Gleichungen allgemein (als Variablen (grüne Zellen)) eingegeben werden können!***

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | | | |
| **2** | **Gleichung1** | **x =** | -3/2 | **y +** | 5 | |
| **3** | **Gleichung2** | **y =** | 1/4 | **x +** | -1/2 | |
| **4** | | | | | | |

**…**

***2. Benutzen Sie das Kalkulationsschema zur Lösung der Gleichungssysteme:***

a) $3 = 2y - 2x \;\; ; \;\; 5y - 9 = 2x$

b) $\frac{y}{2} = -3x - \frac{7}{2} \;\; ; \;\; \frac{14}{5} = -4x - 2y$

***3. Stellen Sie die Gleichungssysteme graphisch dar! Verwenden Sie das Prinzip der Kalkulationen der Grundfunktionen (→ 1.1.1.) – erweitert um eine zweite Funktion!***

## 1.2.2. Lösen von Gleichungssystemen über Matrizen

(nach /12/)

Gegeben ist zum Beispiel das Gleichungssystem aus 3 Gleichungen:

```
3a + 4b + c =  7
     2b - c =  0
-a -  b     = -3
```

Zuerst erstellen wir ein Tabellenblatt, dass die wesentlichen Gleichungs-Parameter in einer matrixartigen Form darstellt:


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Lösung eines linearen Gleichungssystems** | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | Variablen | **a** | **b** | **c** | Konstanten-matrix | | |
| 4 | Koeffizienten | 3 | 4 | 1 | 7 | | |
| 5 | | 0 | 2 | -1 | 0 | | |
| 6 | | -1 | -1 | 0 | -3 | | |
| 7 | Lösung | | | | | | |
| 8 | | | | | | | |

Eine solche universelle Darstellung (nur der wichtigsten Parameter in einer tabellenartigen Struktur) wird häufig in der Mathematik verwendet. Bestimmte Rechnungen (Matrixoperationen) lassen sich dann sehr effektiv durchführen / anwenden.
Nun markiert man den Bereich von B7 bis D7 (B7:D7). Und nun wird die Formel eingetippt. Sie landet automatisch in der Zelle B7. Die Eingabe muß nun nur noch mit [Strg] + [⇧] + [↵] (Steuerung-Umschalt-Enter) abgeschlossen werden.

```
=MTRANS(MMULT(MINV(B4:D6);(E4:E6)))
```

Die drei markierten Zellen werden automatisch mit der Funktion versorgt und zeigen das richtige Ergebnis an. Auf Wunsch lässt sich die Probe machen. In den Zellen von B8 bis D10 werden nun die Lösungen eingesetzt und die Zeilensummen (E7:E10) mit den Werten der Konstanten-Matrix verglichen.

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Lösung eines linearen Gleichungssystems** | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | Variablen | **a** | **b** | **c** | Konstanten-matrix | | |
| 4 | Koeffizienten | 3 | 4 | 1 | 7 | | |
| 5 | | 0 | 2 | -1 | 0 | | |
| 6 | | -1 | -1 | 0 | -3 | | |
| 7 | **Lösung** | **3,67** | **-0,67** | **-1,33** | | | |
| 8 | Probe | | | | | | |
| 9 | | | | | | | |

Die Summanden in B8 bis D10 lassen sich am schnellsten berechnen, wenn man in B8 die Formel:

```
=B4*B$7
```

schreibt und dann mit dem automatischen Ausfüllen die restlichen Zellen belegt.
Dazu zieht man (am schwarzen Kästchen rechtes unten) z.B. zuerst von B8 nach D8 und danach bei einem markieren Bereich B8:D8 nach B10:D10. Damit sich in der Rechnung von Zelle B8 nur der erste Faktor an die Verschiebung angepasst wird, muß im zweiten Faktor vor der 7 ein Dollar-Zeichen (für feste Zeile) eingefügt werden.
Die Zeilensummen in E8 bis E10 sind kein Problem. Der abschließende Vergleich in F8 bis F10 wird z.B. über:

```
=WENN(E10=E6;"i.O.";"Fehler")
```

realisiert.


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

Fertig sieht das Schema dann so aus:

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Lösung eines linearen Gleichungssystems** | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | Variablen | **a** | **b** | **c** | Konstanten-matrix | | |
| 4 | Koeffizienten | 3 | 4 | 1 | 7 | | |
| 5 | | 0 | 2 | -1 | 0 | | |
| 6 | | -1 | -1 | 0 | -3 | | |
| 7 | **Lösung** | **3,67** | **-0,67** | **-1,33** | | Vergleich | |
| 8 | Probe | 11 | -2,67 | -1,33 | 7 | i.O. | |
| 9 | | 0 | -1,33 | 1,33 | 0 | i.O. | |
| 10 | | -3,67 | 0,67 | 0 | -3 | i.O. | |
| 11 | | | | | | | |

Das Beispiel lässt sich leicht auf größere Gleichungssysteme ausdehnen. Auf die Probe kann man auch leicht verzichten.

## *Aufgaben:*

1. ***Berechnen Sie per Hand / Taschenrechner die Lösung der folgenden Gleichungssysteme:***

   a) $9 = 3c - \frac{3}{2}a$ ; $3a + 3b + 3c = 3$ ; $2b = 2$

   b) $3a + 4b + c = 2$ ; $-(-1 + 2c) = 2a + 2b$ ; $2b + 2c = 1 - a$

   c) $x + y - z = 8$ ; $x + z - y = 6$ ; $y + z - x = 4$

   d) $5x - y = 33$ ; $2x + z = 21$ ; $3y - z = 16$

2. ***Prüfen Sie die Lösungen mit Hilfe des Kalkulationsschemas!***
3. ***Erstellen Sie eine graphische Darstellung zur Lösung der Gleichungssysteme!***
4. ***Erweitern Sie das Schema soweit, dass Sie das folgende Gleichungssystem lösen lassen können! (ev. lieber neues Schema auf einem neuen Tabellenblatt)***

$8x + 7y + 10z = 1780$ ; $12x + 6y + 4z = 1480$ ; $9x + 9y + 14z = 2300$ ;
$5x + 10y + 20z = 2600$ ; $27x + 18y + 20z = 4520$

## *Für FREAKS:*

5. ***Lösen Sie das folgende Gleichungssystem mit einer angepassten Kalkulation!***

   $-9e + 6f + 3g - 5h = 1$
   $7e + 4f + g - h = -1$
   $e - 5f - 2g + 3h = 0$

6. ***Lösen Sie das folgende Gleichungssystem mit einer angepassten Kalkulation!***

   $(4x - 8)(y + 2) = (x - 1)(4y + 3)$
   $(3x - 8)(z + 1) = (x - 2)(3z + 1)$
   $(2y + 1)(z + 2) = (y + 1)(2z + 3)$


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

(c,p) 2003-2019 lern-soft-projekt: drews

# 2.3. naturwissenschaftliche und technische Sachverhalte mit EXCEL bearbeiten

EXCEL eignet sich natürlich nicht nur für die trockene Mathematik. Auch viele naturwissenschaftliche und technische Problemstellungen lassen sich damit bearbeiten. Als Beispiele werden der "Biorhythmus" und die Wärmeleitung (*in der nächsten Skript-Version*) herangezogen.

## 2.3.1. Der menschliche Biorhythmus

(nach /15/ und /16/)

Jeder hat sicher schon mal gemerkt, dass es Tage gibt, an denen einfach gar nichts läuft. Nach einer – meines Wissens – noch nicht wirklich bewiesenen Theorie existieren für bestimmte Verfassungszustände feste Rhythmen. Diese sollen mit der Geburt starten und sich bis in den Tod immer wieder sinusförmig wiederholen.
Um den "angeblichen" Biorhythmus zu testen wollen wir folgendermaßen vorgehen.
Zuerst analysieren wir über mindestens einen Monat unsere eigene Befindlichkeiten. Diese Beobachtungen wollen wir dann mit den Berechnungen vergleichen und so zumindestens grob die Glaubwürdigkeit bewerten.
Die Beobachtung der eigenen Befindlichkeiten kann z.B. in der Form einer Tabelle erfolgen, wobei jeder Befindlichkeit in der Skala [sehr gut, gut, mittelmäßig, schlecht, sehr schlecht] aufgenommen wird.
Nach der Theorie des Biorhythmus soll es Rhythmen für die körperliche, geistige und seelische Verfassung geben. Diese werden von jedem Probanten täglich bewertet und in die Tabelle eingetragen.

| | A | B | C | D | E | F | G | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Erfassung des Biorhythmus** | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | Bewertungsskala | | sehr gut | gut | mittelmäßig | schlecht | sehr schlecht | |
| 4 | | | + + | + | 0 | - | - - | |
| 5 | | | 2 + | + | 0 | - | 2 - | |
| 6 | | | | | | | | |
| 7 | Start-Datum | | =HEUTE() | | | | | |
| 8 | | | | | | | | |
| 9 | Datum | Körper | Geist | Seele | gesamt | Bemerkungen | | |
| 10 | =$C$7 | | | | | | | |
| 11 | =A10+1 | | | | | | | |
| 12 | =A11+1 | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 45 | | | | | | | | |

Das Abschätzen und Eintragen sollte möglichst immer zur gleichen Zeit (z.B.: mittags; zur Einnahmezeit von Tabletten / Pille etc.) erfolgen, damit die Werte höchstmöglich vergleichbar sind. Natürlich lässt sich auch genauer bestimmen, was in die einzelnen Bereiche gehören soll.

| Bereich | Körper | Geist | Seele |
|---|---|---|---|
| ***mögliche Beobachtungs-bereiche*** | gesundheitlicher Zu-stand | Denkfähigkeit, Lernleis-tungen | Zufriedenheit, Streß, Schlafstörungen |
| ***Beispiele für Beobachtungs-kriterien*** | sportliche Leistungsfä-higkeit, Körpertempera-tur (Fieber), ... | Schulleistungen (z.B. Vokabellernen), Fehler-zahl in Matheaufgaben, ... | Schlafdauer, Musik-auswahl, ... |

Für die körperliche Verfassung soll die Phasenlänge (ein vollständiger Durchlauf) 23 Tage betragen. Bei der geistigen Verfassung sei eine Schwingung nach 33 Tagen und bei der seelischen Verfassung alle 28 Tage durchlaufen. Mit der nachfolgenden Kalkulation und graphischen Darstellung besitzen Sie ein Mittel die Glaubwürdigkeit zu prüfen.
Für die Prüfung könnte man folgendes einfaches Verfahren verwenden. Die beobachteten Werte werden einfach in drei Klassen eingeteilt positiv, unbestimmt und negativ. Genau so wird mit den Berechnungen verfahren. Nun vergleichen wir einfach die Übereinstimmung und die Gegensätze der Klassen positiv und negativ. Insgesamt sollten die Übereinstimmungen die Gegensätze überwiegen.
Etwas genauer ist das folgende Verfahren. Dazu könnte man Differenzen zwischen den Klassen (jetzt kann man alle beobachteten Klassen mit einbeziehen) bilden. Die direkte Gegenüberstellung von berechneter Funktion und den Differenzen (z.B. in einem Diagramm) sollte für den Verlauf der Kurven eine Übereinstimmung ergeben.
Bei Abweichungen wäre als Nächstes die Überprüfung der Phasenlänge interessant. Wenn selbst die nicht mehr nachweisbar ist, dann hilft nur eine langfristige Analyse bei der Bestätigung des Biorhythmus – oder er existiert nur im metaphysischen Bereich.
Zur angemessenen und realistischen Darstellung des Sachverhalts sollte aber darauf hingewiesen werden, dass diverse andere Rhythmen sicher nachgewiesen wurden. So z.B. einen 24-Stunden-Rhythmus auch dann, wenn es keinen äußeren Licht-Dunkel-Wechsel gibt. Exakt ist dieser Rhythmus etwas länger als 24 Stunden. Er wird aber normalerweise durch den Tages- und Nacht-Wechsel auf 24 Stunden runter korrigiert. Wegen diesem Rhythmus werden wir gewöhnlich immer zur gleichen Zeit wach oder müde oder ...
Die Frauen brauchen wir nicht wirklich an den ursprünglich Mond-bezogenen Rhythmus von 28 Tagen erinnern. Und die Liste lässt sich weiter fortsetzen.
Interessant ist sicher eine unvoreingenommene Prüfung von vorher beobachteten Daten und den Berechnungen der Kalkulation. Wenigstens die Grundtendenzen (positiv / negativ) sollte stimmen.


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Biorhythmus** | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | |
| 3 | **Name:** | Karl Muster | | **Datum** | **Körper** | **Geist** | **Seele** | **Gesamt** | |
| 4 | **geb. am:** | 12.04.1980 | | =GANZZAHL (B5-14) | =SIN(REST(D4-$B$4; 23)*2*PI()/23) | =SIN(REST(D4-$B$4; 33)*2*PI()/33) | =SIN(REST(D4-$B$4; 28)*2*PI()/28) | =(E4+F4 +G4)/3 | |
| 5 | **für Datum:** | =HEUTE() | | =D4+1 | | | | | |
| 6 | **Alter [d]:** | =B5-B4 | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| 32 | | | | | | | | | |
| 33 | | | | | | | | | |

## ***notwendige Zellen-Formate:***

| Zelle | Format |
|---|---|
| B4, B5 | Benuterdefiniert; tt.mm.jjjj |
| B6 | Zahl; 0 Nachkommastellen; ev. 1000er Trennung |
| D4:H4 | fett, zentriert |

| Spalte | Format |
|---|---|
| E; F; G | Prozent, 0 Nachkommastellen |
| A | fett |
| | |

| Zeile | |
|---|---|
| 1 | Schriftgröße 14 |
| | |
| | |

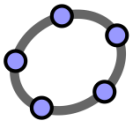

(c,p) 2003-2019 lern-soft-projekt: drews

# 3. klassische Mathematik-Programme

## *3.x. Mathe-Ass*


(c,p) 2003-2019 lern-soft-projekt: drews

# *3.x. GeoGebra*



https://www.geogebra.org

online registrieren, um z.B. seine Mathe-Dateien in einer Cloud verfügbar zu machen und auf verschiedenen Geräten zu nutzen

## 3.x.0. Versionen und Installation

akt. Version 6

mehrere Versionen / Teil-Programme

Geogebra Classic umfasst die meisten Funktionen

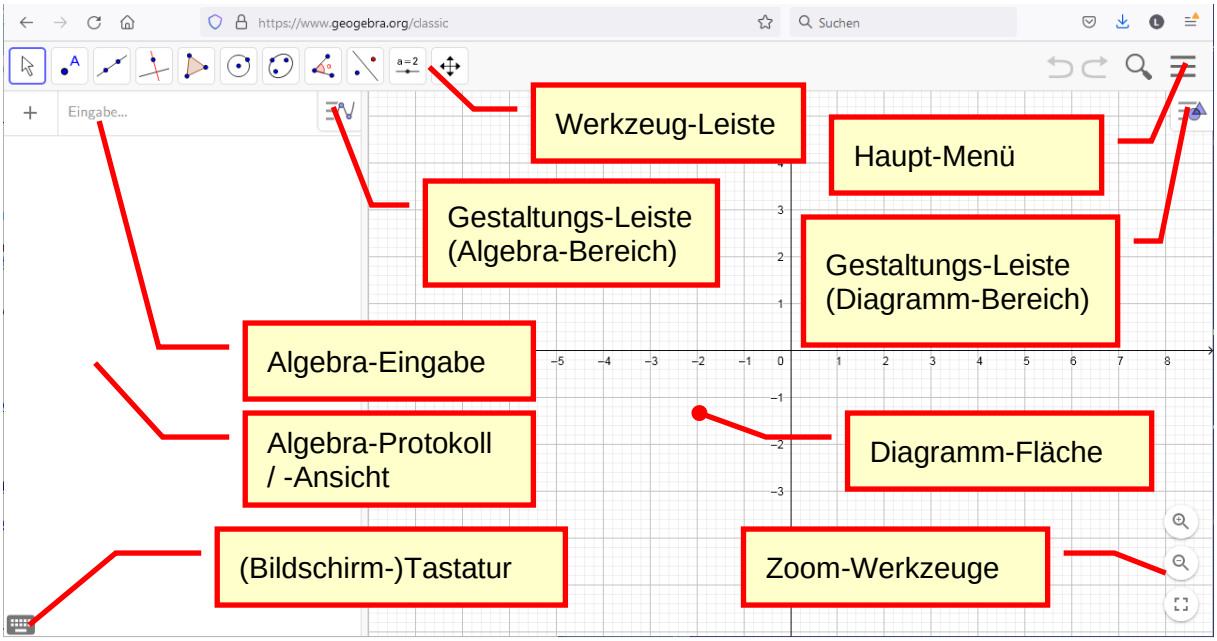
Desktop-Programm / App
Download unter https://www.geogebra.org/download für verschiedene Betriebssysteme usw.

online-Version (Browser-Version) unter

Anleitung
https://www.geogebra.org/m/rgntrz2d

## 3.x.1. GeoGebra Classic

online: https://www.geogebra.org/classic




## ***klassische Programm-Benutzung***

beim Speichern kann und muss u.U. festgelegt werden, ob ein Projekt "privat" sein soll soll oder "geteilt" werden kann

das eigentliche Teilen erfolgt kann über einen Link, als Bild oder als Einbettungs-Objekt für diverse Lern-Management-Systeme

besonders ist der Menü-Bereich "Ansicht"
Ein- und Aus-Schalten einzelner Fenster-Bereiche

das Konstruktions-Protokoll ist ein weitere Protokoll-Anzeige
hiermit lässt sich z.B. eine animierte Kontruktion erstellen / ablaufen lassen

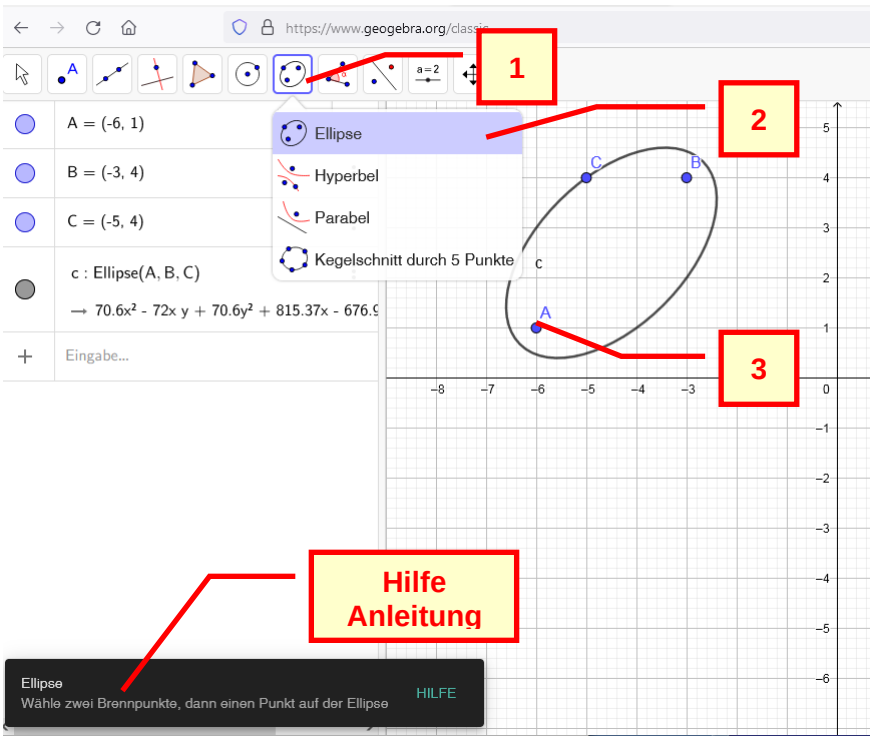
Tasten-Kombinationen
https://wiki.geogebra.org/de/Tastenkombinationen

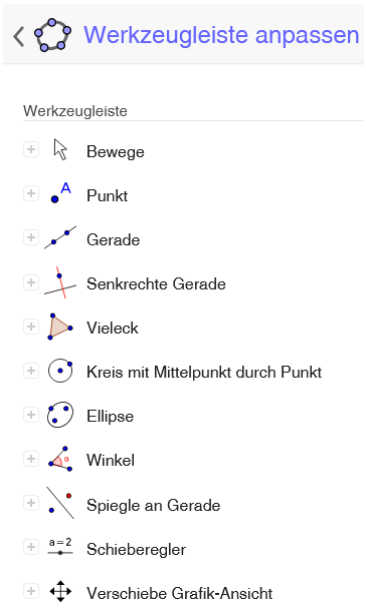
## ***Erstellen / Einfügen von (grafischen / mathematischen) Objekten***

weitgehend intuitiv über Auswahl in der Werkzeug-Leiste und dann durch Klicken im Grafik-Bereich
die Symbole in der Werkzeug-Leiste zeigen schon recht gut an, was für die Erstellung eines entsprechenden Objektes notwendig ist
z.B. zeigt die Schaltfläche für ein Dreieck drei blaue Punkte, da wird jedem halbwegs mathematisch-grafisch Orientiertem klar, dass man eben drei Punkte angeben (anklicken) muss, um ein Dreieck zu erzeugen
es sei aber darauf hingewiesen, dass dies nicht immer so ist, beim Symbol für eine Senkrechte ist nur ein Punkt eingezeichnet, damit es eine Senkrechte wird muss auch die angedeutete Gerade (auf der sie stehen soll) einmal geklickt werden
auch schrittweise Erstellung aus vorhanden Punkten usw. und Kombination / Verbinden von vorhandenen Objekten (z.B. Punkte zu einem Dreieck)

nach dem Anklicken eines Menü-Punktes erscheint unten eine Hilfe / Anleitung, wie zu verfahren ist

die Lage der Punkte usw. kann später immer noch angepasst werden






## ***Winkel zeichnen und messen***

freie Winkel über 3 Punkte, wobei der 2. der Scheitelpunkt ist

2. Möglichkeit feste / bestimmte Winkel durch Eingabe von zwei Punkten für einen Schenkel und die Angabe des Öffnungs-Winkel's

Messen erfolgt über die die gleiche Schaltfläche, wie das Zeichnen eines freien Winkel's, nur werden jetzt nicht die 3 Punkte gezeichnet / angeklickt, sondern die beiden Schenkel
das funktioniert auch bei sich schneidenden Geraden
die Reihenfolge der Schenkel-Auswahl bestimmt über die Lage des Winkels
Winkel wird dann immer entgegen des Uhrzeiger-Sinn's eingezeichnet

## ***Dreiecke zeichnen***

### nach Konstruktions-Sätzen

**z.B. SSS (aus drei Seiten)**
Start mit der längsten Seite über "Strecke mit fester Länge" aus den Stecken-Werkzeugen
nun die Konstruktion mittels zwei Kreisen mit festen Radien (Kreis-Werkzeuge)
der Schnitt-Punkt / die Schnitt-Punkte werden dann über das Punkte-Werkzeug "" erledigt, damit das funktioniert müssen die beiden Kreis angeklickt werden
als nächstes werden die fehlenden Strecken eingezeichnet

die (Um-)Benennung der Punkte und Strecken kann dann abschließend über die Kontext-Menü's erfolgen
vielleicht werden dann die Konstruktions-Hilfslinien auch noch dünner oder gestrichelt gezeichnet bzw. ausgegraut, damit die Skizze übersichtlicher wird

**z.B. WSW (aus einer Seite und den anliegenden Seiten-Winkeln)**
zuerst Seite, dann aus den Punkten heraus feste Winkel einzeichnen lassen
Winkel werden standard-mäßig entgegen dem Uhrzeiger-Sinn eingezeichnet
bei der Eingabe des Winkel-Wertes kann aber der Sinn auch gedreht werden
die Punkte zu den Schenkeln werden nun über das Strecken-Werkzeug verbunden und dann von den beiden Strecken der Schnitt-Punkt ermittelt (über "Schnittpunkt" aus dem Punkt-Werkzeug)

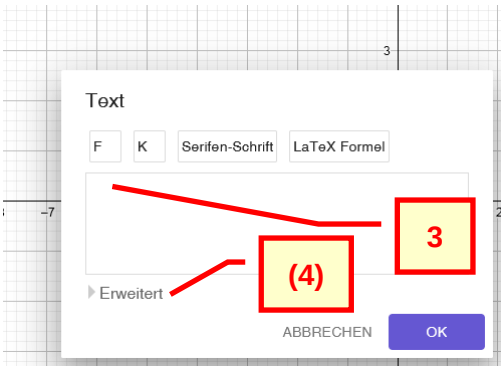
## Innen- und Um-Kreise zeichnen

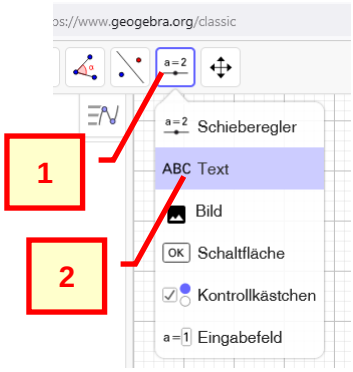
**Umkreis**
aus dem Senkrechten-Werkzeugen die Funktion "Mittelsenkrechte" auswählen und nacheinander die drei Seiten des Dreieck's anklicken
nun aus dem Punkt-Werkzeugen "Schnittpunkt" wählen und zwei der Mittelsenkrechten anklicken
der Umkreis wird dann als Kreis aus dem Schnitt-Punkt (jetzt Mittel-Punkt des Kreises) und einem der Eckpunkte (des Dreieck's) erzeugt

**Innenkreis**
Erstellen der gebrauchten Winkel-Halbierenden über "Winkelhalbierende" von den Senkrechten-Werkzeugen
die mit erscheinenden Senkrechten auf die Winkel-Halbierenden können bei "Objekt anzeigen" über das Kontext-Menü deaktiviert werden
als nächstes wird der Schnitt-Punkt der Winkel-Halbierenden als Mittel-Punkt des Kreise gebrachut (→ "Schnittpunkt" aus den Punkt-Werkzeugen)
der Radius des Innenkreises ist die Strecke zwischen Mittel-Punkt und einem von uns nun zu ermittelnden Schnitt-Punktes einer Seite mit der durchgehenden Winkel-Halbierenden
als Letztes wird der Kreis gezeichnet (→ "Kreis durch Mittelpunkt und Punkt" aus den Kreis-Werkzeugen)

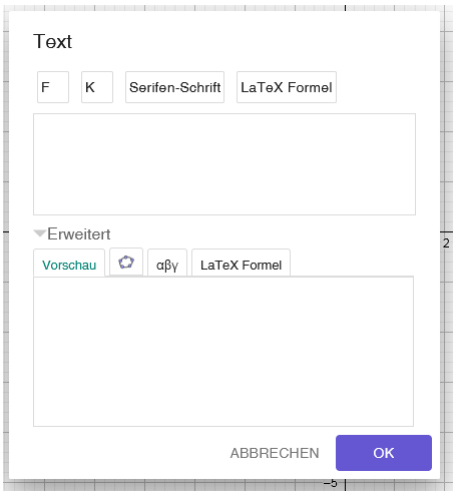
## ***Hinzufügen von Texten***

z.B. für Aufgaben / Anleitungen / … in geogebra-Arbeitsblätter



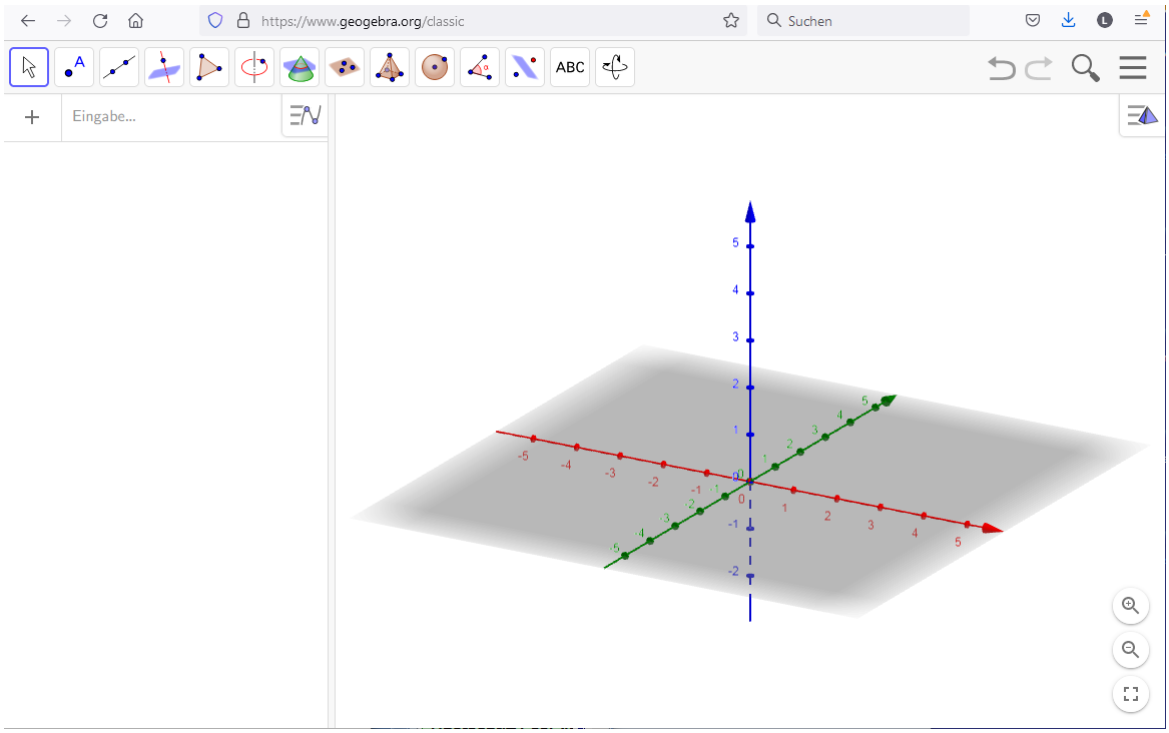

erweiterte Ansicht mit speziellen Möglichkeiten



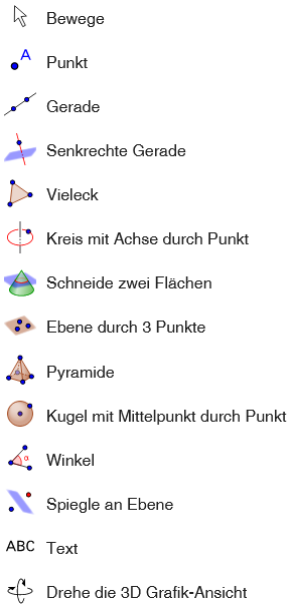

 (c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

## ***Körper und Körper-Netze erstellen und manipulieren***

zuersteinmal die Ansicht auf 3D einstellen
dazu im Gestaltungs-Menü des Diagramm-Bereich's die "Grafik" deaktivieren und die "3D Grafik" aktivieren
es ändert sich sowohl die Diagramm-Fläche (nun ein 3D-Koordinaten-System) und die Werkzeug-Leiste

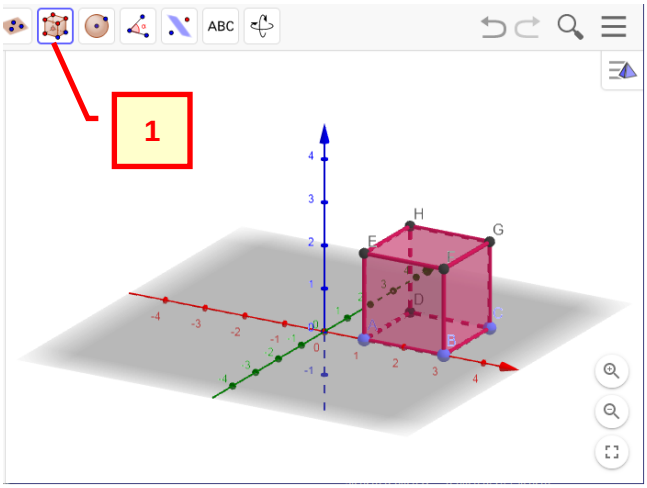


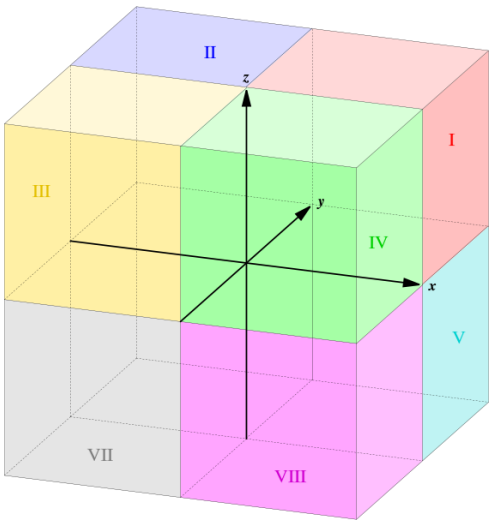

diverse neue Werkzeug-Bereiche / -Untermenü's




## Erstellen eines Würfel's

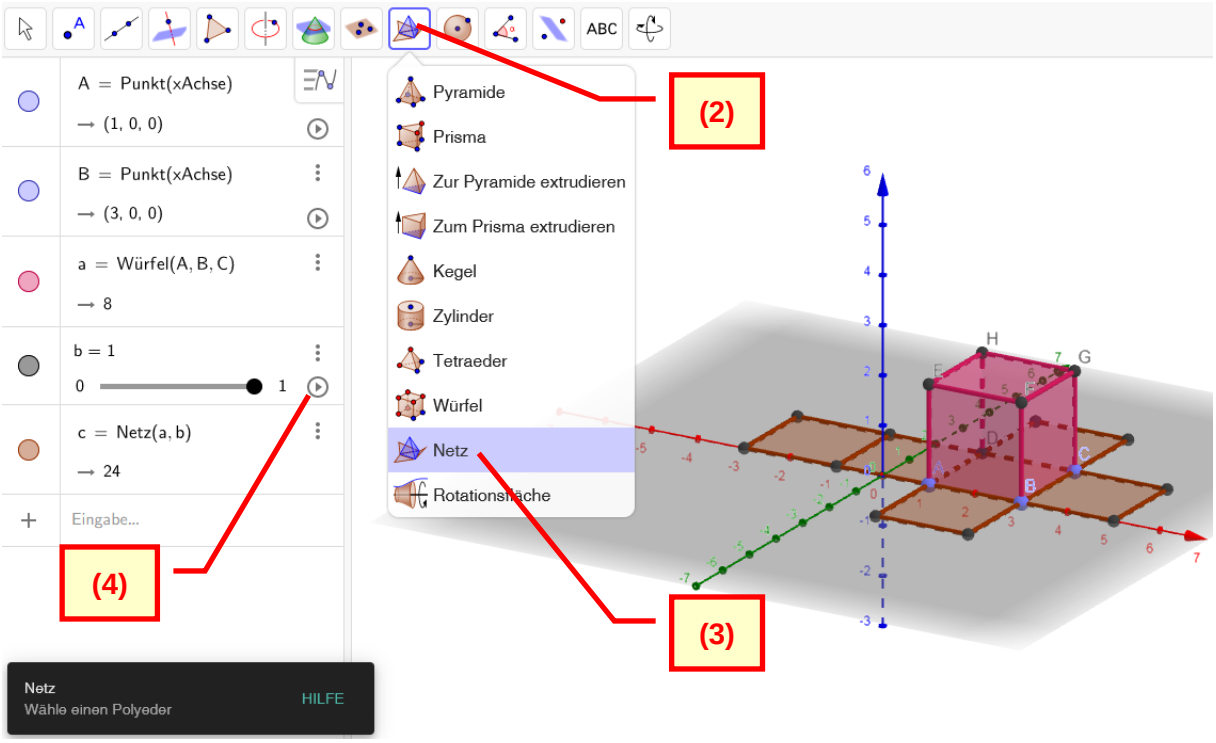
aus den Pyramiden-Werkzeuge (besser "Körper"-Werkzeuge) den Würfel auswählen
wie im Symbol angedeutet muss nun 2 Punkte angegeben werden
alle anderen Kanten werden nun automatisch dazugezeichnet (in den I-Oktanten hinein (x,y,z ≥ 0; GRAY-Code: 0 bzw. ⊞⊞⊞ (in der Vorzeichen-Paarung (⊟ bzw. ⊞))




Nummerierung der Oktanten in einem 3D-Koordinaten-System
Q: de.wikipedia.org (RokerHRO)

Das Flächen-Netz lässt sich bei Bedarf leicht mit den optionalen Schritten (2) und (3) erstellen. Sehr anschaulich ist die Benutzung des Play-Button's bei Objekt "b". Nun werden die Flächen an- und abgeklappt.
Aber Vorsicht!: Nicht alle Play-Button bringen sinnvolle Effekt. Ev. sollte man vorher einmal Abspeichern, damit man sich seine Konstruktion nicht zerschießt.




 (c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

Beim Zeichnen einr Pyramide kann man zuerst die Grundfläche zeichnen. Nach dem Auswählen von "Pyramide" aus dem Pyramiden-/Figuren-Werkzeugen wird dann die Grundfläche angeklickt und als nächstes der Punkt der Spitze festgelegt.
Auch das direkte Zeichnen funktioniert. Nach der Auswahl von "Pyramide" wird zuerst die Grundfläche durch ein Polygon gebildet. Ist dieses geschlossen, dann ist der nächste Punkt die Spitze der Pyramide.

## *Gestalten (Formatieren) von Objekten*

über die Gestaltungs-Leisten
vorher das zu bearbeitende / gemeinte Objekt anklicken
Formatierung / Gestaltung erfolgt über Rechts-Klick sowie über das Gestaltungs-Menü
Möglichkeiten der Gestaltung richtet sich nach der Art des markierten Objektes

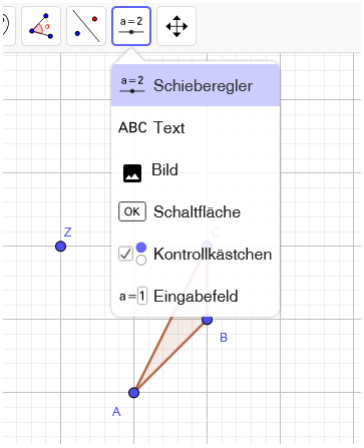
## *Erstellen von Achsen- und Dreh-symmetrischen Figuren*

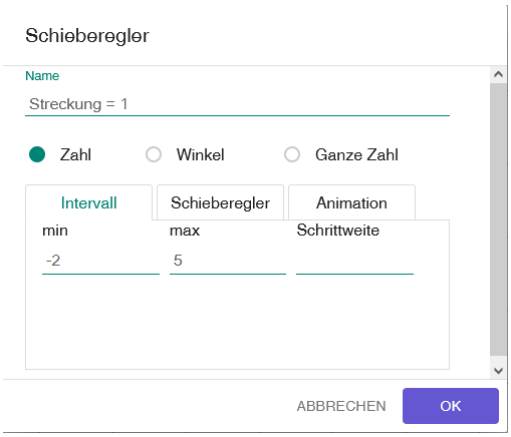
zuerst Figur oder z.B. eine Hälfte erstellen
die Figur anklicken und dann die Spiegel-Gerade od.ä.

## *Stecken (Verkleinern oder Vergrößern) von Objekten*

um ein Objekt zu Strecken wird neben dem Objekt und dem Zentral-Punkt noch einen Schieberegler benötigt (aus Schieberegler-Werkzeuge)

in dem Detail-Fenster können nun Bezeichnung (z.B: "Streckung") und Spannbreite (der Streckung) vorgegeben werden




die Verbindung des Objektes mit dem / einem Zentral-Punkt erfolgt über das "Strecke zentrisch von Punkt aus" aus den "Spiegle an Geraden"-Werkzeugen
es müssen dann das zu streckende Objekt und das Streck-Zentrum angeklickt / ausgewählt werden
es folgt die Abfrage der Streckungs-Faktor's
um den Schieberegler mit dem Streckungs-System zu verbinden, geben wir hier den Namen des Schieberegler's an (hier "Streckung")
jetzt kann der Schieberegler verwendet werden und das Objekt skaliert dargestellt werden
bei einer Streckung kleiner als 1 und größer als 0 wird das Objekt verkleinert
die Angabe / Auswahl / Einstellung eines negativen Streckungs-Faktor's ergibt eine gespiegelte Figur

## ***Augmented Reality***

dazu wird die App "3D Rechner" gebraucht
nur auf android- bzw. iOS-Gräten verfügbar / nutzbar (man braucht ja mobiles / bewegliches Gerät (Lage-Sensoren) und eine Kamera (für den Hintergrund / die Szene))

zuerst Figur erstellen
ev. Koordinaten-System ausblenden
und rechts unten AR auswählen

möglichst einfachen Hintergrund wählen
durch Bewegen des Gerätes kann man sich von verschiedenen Positionen das Objekt ansehen und es erforschen
bei Bedarf kann auch der Hintergrund herausgefiltert werden (bei "Einstellungen" "Hintergrund"

## *Graphen und Funktionen*

typische Bedienung über den Algebra-Bereich
dort in die Eingabe-Zeile die typischen mathematischen Ausdrücke schreiben, nach [Enter] werden diese erstellt

für kompliziertere Funktionen kann man die Bildschirm-Tastatur nutzen
am Schnellsten ist man wahrscheinlich mit einer Kombination aus direkter Tastatur- und Bildschirm-Tastatur-Eingabe

**Eingabehilfen:**
Algebra-Ausdrücke und –Funktionen werden nach Eingabe erster Buchstaben vorgeschlagen
gebrochene Zahlen mit Punkt "**.**" als Dezimal-Trenner (Komma dient zum Aufzählen, z.B. Mengen, Punkte, …)
Potenzen mit einem "**^**"-Zeichen ()

### Schnitt-Punkte

nach dem Aktivieren / Auswählen von "Schnittpunkt" aus den Schnittpunkte-Werkzeugen müssen nur die beiden Graphen gewählt werden, deren gemeinsame Punkte uns interessieren

**Text-Eingabe im Algebra-Bereich:**
**Schnittpunkt(**funktion1, funktion2**)** → ergibt nicht benannte Schnittstellen
PunktVariable **= Schnittpunkt(**funktion1, funktion2**)** → ergibt benannte Schnittstellen

### Null-Stellen

nach dem Aktivieren / Auswählen von "Nullstellen" aus den Schnittpunkte-Werkzeugen muss nur der betrachtete Graph angeklickt werden

**Text-Eingabe im Algebra-Bereich:**
PunktVariable **= Nullstelle(**funktion**)** → ergibt durchnummerierte Nullstellen
**Nullstelle(**funktion**)** → ergibt

### Extrem-Punkte

nach dem Aktivieren / Auswählen von "Extremum" aus den Schnittpunkte-Werkzeugen muss nur der betrachtete Graph angeklickt werden

**Text-Eingabe im Algebra-Bereich:**
PunktVariable **= Extremum(**funktion**)** → ergibt durchnummerierte Nullstellen
**Extremum(**funktion**)** → ergibt


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

## *Transformationen*

### Funktionen

zuerst die Schieberegler für die Variablen in den Funktionen festlegen
z.B. ein Schiberegler mit **m = 1** sowie **n = 0** für eine (variable) lineare Funktion (y = mx+n)

dann die Funktion eingeben: **f(x) = m x + n**
die Schieberegler werden jetzt automatisch verknüpft

für die klassische quadratische Funktion braucht man die drei Schieberegler: a = 1 , b = 0 und c = 0 für Streckung, Y-Verschiebung und X-Verschiebung

es geht auch die Scheitelpunkt-Form: $\mathbf{g(x) = a(x - d)^2 + e}$
**a** für Streckung / Stauchung; **d** für X-Verschiebung und **e** für Y-Verschiebung
natürlich müssen vorher die Schieberegler passen benannt sein

### Umkehr-Funktion

**Text-Eingabe im Algebra-Bereich:**
**invertiere(**funktion**)**

## *spezielle Anwendungen auf mathematische Sachverhalte*

*hier nur einige spezielle geogebra-Funktionen erwähnt*

### Satz des THALES

Anwendung für Spur-Verfolgung

### Satz von PYTHAGORAS

Halbkreis über Strecke legen
Punkt auf Objekt
…
regelmäßige Vielecke auf die Seiten des Dreiecks legen
Flächen anzeigen lassen
Abstände der Seiten anzeigen lassen

## Kreiszahl π

z.B. Sechseck zeichnen
Mittelpunkt für Umkreis
Umkreis bilden
Umfang und Durchmesser (Abstand) anzeigen lassen

im Algebra-Bereich einfach Quotient berechnen

Wiederholen mit weiteren Vielecken

## Trigonometrie

## *praktische Anwendungen z.B. in der Schule*

bei Classroom lassen Fragen usw. zum Bearbeiten eingeben, die dann z.B. per MultiChoice gelöst werden sollen
Schüler erhalten Link oder Token
Speichern nach dem bearbeiten

Lehrer erhält dann Feedback / Ergebnisse
einfache statistische Auswertung möglich

es lassen sich auch weitere Lehrer hinzufügen, können dann mit Kopie weiterarbeiten


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

# 4. Computer-Algebra-Systeme

auch verschiedene Apps für Smartphone's verfügbar
Leistungs-fähigkeit immer schwer abschätzbar
z.T. sehr individuelle Lösungen

WOLFRAM Mathematica gehört aktuell zu den Standard-setzenden Programmen

zudem bieten einige CAS-Taschenrechner-Anbieter eine passende PC-Software für die Systeme auf ihren Taschenrechnern (quasi als Emulator)

***Emulations-Programme von / zu den Tascenrechnern von:***

- **casio** ClassPad Manager
- **texas instruments (ti)** TI-Nspire
-

## *4.x. Derive*

## *4.x. MuPAD*

leider nicht mehr weiterentwickelt (aufgekauft von MathWorks und integriert in: MatLab)
ehemals von SciFace GmbH
es gibt noch freie Versionen (für Win: V.2.5. light und 3.1.1 für Linux)
sehr Leistungs-fähig, erweiterbar, programmierbar

## *4.x. Maple*

# *4.x. Wolfram Mathematica*

ursprünglich von Stephen WOLFRAM entwickelt

frei für Raspberry Pi
im Raspbian (Pixel-Desktop) enthalten
Debian Linux-Version
Vereinbarung zwischen Wolfram Research und der Raspberry Pi Foundation

## Wolfram Language

- zum Arbeiten auf der Kommandozeile (geringe Resourcen-Bindung)
- arbeit mit rationalen Zahlen
- interaktives Arbeiten (Wechsel zwischen Eingabe und sofort darunter die Ausgabe (Ergebnisse)
- keine Grafiken anzeigbar (aber exportierbar)
- gut zum Lösen von Gleichungen und anderen einfachen mathematischen Aufgaben geeignet

## Wolfram Mathematica

-

leider auch nur auf dem Raspberry Pi, alle anderen Varianten – selbst das Rasp Pi-Image von der raspberrypi.org-Webseite enthält kein Wolfram Mathematica!

Nutzung nur nicht-kommerziell
also für Schule und Studium kein Problem

ein Rasp Pi kaufen ist zudem billiger, als ne Jahres-Lizenz für Schüler; die Dauer-Lizenzen sind rund doppelt so teuer, wie eine 1-Jahres-Lizenz
Preise sind schon sehr happig

auf einem Raspberry Pi soll Mathematica ungefähr 10 bis 20 mal langsamer laufen als auf einem normalen Computer
Text-Modus deutlicher schneller und auch stabiler als Grafik-Modus

wir gehen hier von der Rasp-Pi-Version aus, da diese quasi Kosten-frei nutzbar ist
wer doll auf's Geld schauen muss, der kann auch ältere Pi-Modelle nutzen oder gar den kleinen Pi-Zero. Bei diesen Geräten muss man aber auch an die eingeschränkten Leistungen der Hardware denken. Ein Pi3 ist schon top.

## 4.x.1. Erst-Kontakt – das Grund-Prinzip von WOLFRAM Mathematica

Start über das Wolfram-Symbol in der Task-Leiste bzw. über das Start-Menü "Entwicklung" "Wolfram"

Man kann auch über die Kommandozeile "Wolfram" eingeben

Arbeit wird auf / in einem Notebook – quasi einer Mitschrift / einem Notiz-Zettel entsprechend – dokumentiert

Notebook's lassen sich abspeichern und auch wiederverwenden

Eingaben des Nutzer werden nummeriert als **In[n]:= …..** gekennzeichnet
die Ergebnisse / Rückmeldungen des CAS sind durch den Vorsatz **Out[n]:= ….** zu erkennen

Ein Paar aus In[ ] und Out[ ] bilden eine Zelle (Cell)
Neben den Berechnungs-Zellen gibt es auch noch Strukturen für den Titel, Überschriften usw..
Das gilt natürlich nur für die graphischen Notebook's.

Wolfram Mathematica ist in zwei Modi nutzbar

mit dem Aufruf von "wolfram" bekommt man den Terminal-Modus, quasi eine Konsole mit einem entsprechenden Verarbeits-Modus
Ausgaben im Text-Modus (äquivalent zum üblichen Eingabe-Modus) Grafiken müssen immer in eine Datei exportiert werden
→ Wolfram Language

im Grafik-Modus werden Notebook's (*.nb-Dateien) verwaltet, die auch diverse graphische Ausgaben ermöglichen
Eingaben trotzdem im Text-Modus
→ Wolfram Mathematica

***Eingabe-Formen für mathematische Ausdrücke***

- **Input Form** — [ ⇧ ] + [ Strg ] + [ I ]
  Eingabe in Text-Form (in einer Zeile)
- **Standard Form** — [ ⇧ ] + [ Strg ] + [ N ]
  Eingabe mit Hilfe von Symbol-Paletten
- **Traditional Form** — [ ⇧ ] + [ Strg ] + [ T ]
  mathematische Eingabe-Form über Symbol-Paletten

Darstellungs-Formen können ineinander umgewandelt werden

Mathematica ist programmierbar
die Wolfram-Language stellt quasi eine Script-Sprache dar, die auf mathematische / Computer-Algebra-Probleme spezialisiert ist

Im Grafik-System gibt es auch die Möglichkeit bestimmte Ausdrücke / Befehle / Anweisungen natürlich-sprachlich einzutippen (Free-form input)
das bezieht sich aber auf englisch und eine typische Mathematiker-Sprache

plot the sequence 4,2,1,4,5,3

## ***4.x.1.1. Eingaben - Grundlagen***

Eingabe beenden mit [ ⇧ ] + [ Enter ]; am Terminal (Wolfram Language reicht ein [ Enter ]

in Mathematica bewirkt ein ausschließliches [ Enter ] nur einen Zeilen-Umbruch in die nächste Befehls-Zeile
erst nach dem abschließenden [ ⇧ ] + [ Enter ] werden dann alle Eingabe-Zeilen ausgewertet
jede Eingabe-Zeile erzeugt aber eine eigene Ausgabe, die entsprechend weiternummeriert werden

Auswertung erfolgt mathematisch (symbolisch / algebraisch) (nur wenn Variablen und Ganze Zahlen in der Eingabe enthalten waren)

Berechnungen sind auf unbegrenzte Stellen genau (Zahlen-Größe und Berechnungen werden nur durch den verfügbaren Speicher begrenzt)
Berechnungen können u.U. auch sehr lange dauern (typisch bei komplexen Problemen)

gebrochene Zahlen haben als Dezimal-Trenner einen Punkt (klassische englische bzw. Computer-Zahlen-Schreibweise
bei gebrochenen Zahlen erfolgt immer eine nummerische Auswertung / Berechnung
es reicht die Angabe des Punktes als Dezimal-Trenner aus, die Nachkommaziffern sind optional, d.h. eine 0 kann weggelassen werden

Kombinationen aus Zahlen und Variablen müssen mit Operator * notiert werden, gleiches gilt für Faktoren vor oder nach Klammern
es gehen aber auch Strukturen mit einem Leerzeichen zwischen Faktor und Ausdruck (Variable, Klammer, …)
so ergibt: 3 * x – 3 x das Ergebnis 0 während 3 * x – 3x

ein Semikolon ; hinter einer Eingabe verhindert deren sofortige Auswertung

Weiterverwendung des letzten Ergebnisses mit % (steht als Variable für die letzte Ausgabe)
das vorletzte ist mit %% zu erreichen, mit $\%^n$ die n-letzte Ausgabe (n bezieht sich hier auf die Wiederholung der %-Zeichen)
(ev. %n die n-te Eingabe)

%1 ….. ist die letzte Ausgabe
%2 ….. ist die vorletzte Ausgabe
%3 ….. ist vorvorletzte Ausgabe usw. usf.

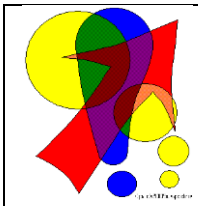
%-Bezüge sind also quasi immer relative Bezüge
absolute Bezüge bekommt man mit Zugriff auf die Ausgabe-Zeilen-Nummer

vorlaufende Ausgaben (Out's) können über die Nummerierung benutzt werden

Out[23] + Out[14]

In[21] := Out[3]

Zeichenketten werden in Hockkommata " " eingeschlossen



**Rückgängig-Machen:**
Leider lässt sich mit [ Strg ] + [ z ] nur der letzte Schritt rückgängig machen. Das funktioniert aber auch schon bei bestimmten Formatierungs-Änderungen nicht mehr. Es empfiehlt sich unbedingt regenmäßig zu speichern.
Gewöhnen Sie sich an, z.B. immer nach drei Schritten (Zellen) zu speichern. Auch vor dem ersten Ausprobieren einer neuen Funktion usw. sollte man die letzten Änderungen / Berechnungen speichern.

?xxx ruft Hilfe zum Begriff / Element xxx auf
Hilfe-Aufrufe werden nicht gezählt, der In-Index bleibt also gleich
mit ?? noch detailliertere Informationen
Hilfe-Beschreibung zeigt neben z.B. möglichen Attributen auch deren derzeitige Belegung an

Beenden mit Quit oder [ Strg ] + [ D ]

***Empfehlungen zur Schreibung***
zusätzliche Leerzeichen z.B. nach einer öffnenden Klammer und vor einer schließenen oder um Operatoren oder nach Klammern verbessern deutlich die Lesbarkeit
die Verwendung von runden Klammern um Ausdrücke (- vor allem als Element anderer Ausdrücke usw. -) ist vor allem zur Absicherung der Gültigkeit von Argumenten (- also von wo bis wo geht das Argument; was sind Zahlenwerte, … -) empfehlenswert, aber eben nicht notwendig
entgegen der Klammerstrukturen in der "normalen" Mathematik dürfen hier nur runde Klammern in Ausdrücken verwendet werden (eckige und geschweifte Klammern haben andere Bedeutungen in Mathematica!)

Wechsel zum Free-form input
am Beginn einer Eingabezeile die Taste [ = ] drücken
als Erkenungszeichen für diese Eingabe-Form ist das Gleichheitszeichen nun orange eingefärbt
mit einem erneuten Druck auf die [ = ]-Taste gelangt man in die Wolfram|Alpha-Abfrage (→ 4.x.1.21. Wolfram|Alpha-Abfrage) mit einem orangen Stern als Cursor (Gleichheitszeichen

auf Stern); von hier aus kommt man mit der [ ← ]-Taste ("zurück"-Taste) wieder zur Free-form-Eingabe

nach dem Auslösen der Auswertung mit [ Shift ] [ Enter ] im Mathematica-Programm erhält man ein gekästeltes Ergebnis mit einem (+)-Zeichen zur Anzeige weiterer Informationen
dazu gehört z.B. die Rechenzeit, die ein Mensch gebraucht hätte (?!)
sowie die Anzeige diverser Zwischenergebnisse, wie das Wolfram-System die Aufgabe ausgerechnet / gelöst hat

**Beispiele**

| Free-form input | Wolfram Language | |
|---|---|---|
| plot sin x^2 | Plot[ Sin[ x^2 , {-2.9, 2.9 } ] ] | |
| limit of sin x as x approaches pi/2 | | Suche nach Scheitelpunkten |
| | | |
| | | |
| | | |

## *4.x.1.2. Variablen / Namen*

Variablen-Namen beginnen immer mit einem Buchstaben, dann können auch Ziffern und $ folgen
es wird Groß- und Klein-Schreibung unterschieden

### *Zuweisung von Werten*

Zuweisungen mit einem einfachen Gleichheitszeichen =
Variable muss immer links stehen
mehrere Zuweisungen mit Semikolon getrennt in einer Zeile möglich (z.T. sinnvoll)

Variablen können mit Werten, anderen Variablen oder Ausdrücken belegt werden

Vor dem ersten oder erneutem verändertem Benutzen sollte(n) die Variable(n) ausdrücklich gelöscht werden.

Clear[ Variable1, Variable2, …, VariableN ]

alle Variablen lösen mit:

Clear[ "*" ]

vollständiges Löschen aller Definitionen, Belegungen, Instanzen usw.usf.
ClearAll[Variable1, Variable2, …, VariableN ]

das empfiehlt sich z.B. immer zu Anfang eines neuen Notebook's

Substitution

sind in Ausdrücken Variablen enthalten, die schon vorher / anderweitig belegt sind, dann werden diese vor der weiteren Bearbeitung / Nutzung die Belegungen eingesetzt

Achtung! andere Kombinationen von Symbolen mit einem Gleichheitszeichen haben spezielle Bedeutungen
:= definierende Gleichheit (Zuweisung der rechten Seite zur linken; Zuweisung, wie sie in Programmiersprachen üblich)
== Aussagen-logische Gleichheit (Vergleiche in Bedingungen)

### 4.x.1.2.1. Konstanten

vordefinierte Konstanten beginnen immer mit einem Groß-Buchstaben

Pi
E
EulerGamma
I ist i für komplexe Zahlen ( 5 + I*3 )
Infinity
Degree ( = Pi/180)

## *4.x.1.3. einfache Berechnungen*

einfache Operatoren ()
+, -, *, /, ^, !

Operanden müssen im Normalfall vom gleichen Typ sein
um eine Zahl als Fließkomma-Zahl zu verwenden, reicht es entweder einen Punkt anzuhängen – die eigentlich notwendige folgende 0 kann entfallen
genauso mit einer 0 vor dem Komma, auch sie kann entfallen (aber nicht empfehlenswert!)

Auswertung erfolgt mathematisch (symbolisch / algebraisch) (nur wenn Variablen und Ganze Zahlen in der Eingabe enthalten waren)
bei gebrochenen Zahlen erfolgt immer eine nummerische Auswertung / Berechnung

Achtung! in Ausdrücken nur runde Klammern für die klassische Klammer zulässig
eckige und geschweifte Klammern haben andere Aufgaben / Funktionen / Bedeutungen

braucht man den nummerischen Wert von Ausdrücken, dann wird dieser mittels

N[ Ausdruck ]

in eine Fließzahlen-Darstellung gebracht

Die Genauigkeit von Fließkomma-Zahlen wird mit

N[ Ausdruck, AnzahlStellen ]

festgelegt

**logische Operatoren**

==, !=
>, <
>=, <=
||  mathematisches ODER
&&  mathematisches UND

## *4.x.1.4. Funktionen*

Funktionen bestehen aus einem Namen gefolgt von einem Paar eckige Klammern für den / die Argumente; auch bei Parameter-losen Funktionen!
die Namen der vorfenierten Funktionen beginnt immer mit einem Groß-Buchstaben
mehrere Argumente werden mit Komma , getrennt
Argumente können Werte, Variablen, Ausdrücke oder auch wieder Funktionen (sachlich sind das ja Ausdrücke) sein

Sqrt[ ]
Exp[ ]
Log[ Ausdruck ]  berechnet ln() , es gibt kein Ln[ ]
Log[ Basis, Ausdruck ]
Abs[ ]
Sin[ ]
Cos[ ]
Tan[ ]
Cot[ ]
Sec[ ]
Csc[ ]
ArcSin[ ]
Sinh[ ]
…
ArcSinh[ ]

Plus[ ]

Divide[ ]
Times[ ]
Power[ ]
[ ]

für komplxe Zahlen:
Abs[ ] Absolut-Wert
Re[ ] Real-Teil
Im[ ] Imaginär-Teil
Arg[ ] Winkel in Polarkoordinaten-Darstellung mit de Einheit rad)

Arbeiten mit Variablen
Set[ Variablenname, Wert ]

### 4.x.1.4.1. einfache mathematische Funktionen

Sum[ ]

Product[ ]

NSum[ Funktion, { Variable, UntereGrenze, ObereGrenze } ]

NProduct[ Funktion, { Variable, UntereGrenze, ObereGrenze } ]

rationale Zahlen verbleiben im Bruch, werden aber automatisch vereinfacht
die Umwandlung in eine Fließkommazahl erfolgt über die Funktion Rational[ ]
besonders bei größerzahligen Brüchen und für Übertragungen / Einordnungen in Diagramme usw. sinnvoll
unser Zahl-Vorstellungen im Bereich der Fließkommazahlen besser als bei Brüchen

Will man Berechnungen gleich als Fließkommazahl angezeigt bekommen (auch wenn mit Brüchen gerechnet wir), dann muss nur einer Zahl ein Punkt (als Komma) angehängt werden (auf die folgende Ziffer 0 z.B. kann verzichtet werden).

Die Umformung einer Dezimalzahl in einen Bruch übernimmt Rationalize[ ]

## *4.x.1.5. Umformungen*

### Vereinfachen

Simplify[ Ausdruck ]

Ausdruck kann eine Variable (, die einen Ausdruck enthält) sein oder ein komplexer Ausdruck

## Ausmultiplizieren und Faktorisieren

***Ausmultiplizieren / Erweitern / Expandieren / …***

Expand[ Ausdruck ]

***Faktorisieren / …***

Factor[ Ausdruck ]

Binomialkoeffizient

Binomial[ , ]

## *4.x.1.6. Zahlen-Systeme / …*

BaseForm[ Zahl, Basis ]

## *4.x.1.7. Reihen / Reihen-Entwicklungen*

Series[ Ausdruck, { Variable, Startwert, Anzahl } ]

Series[ (x^3 + x – 2), { x, 0, 7 } ]
Series[ Tan[ t ] / t, { t, 0, 4 } ]

enthält das Ergebnis ein O[ ]-Ausdruck – dabei handelt es sich um ein spezielles Objekt – welches in ein Polynom umgewandelt werden können

Normal[ % ]

hier bedeutet das %-Symbol das letzte Ergebnis vor der neuen Eingabe

automatische Bildung einer Reihe (/ Liste von Elementen) siehe bei der Besprechung der Listen (→ )

aus einem Ausdruck kann man auch den Koeffizienten extrahieren

Coefficient[ %, t, 2 ]

**Summen / Produkte / Fakultät**

Sum[ Funktion, { FunktionsVariable, kleinsterWert, größterWert} ]

Product[ Funktion, { FunktionsVariable, kleinsterWert, größterWert} ]

Wert!  oder  factorial[ Wert ]

es gibt auch die Doppel-Fakultät

## *4.x.1.8. Grenzwerte / Limes*

Limit[ Ausdruck, Variable -> Richtung ]

Limit[ Sqrt[ 1 + x^2 ] / ( 1 + x ), x -> Infinity ]
Limit[ Sqrt[ 1 + x^2 ] / ( 1 + x ), x -> -Infinity ]

## *4.x.1.9. Differentiation / Ableitungen*

D[ Ausdruck, Variable ]
D[ Ausdruck, { Variable, AnzahlAbleitungen }
D[ Ausdruck, Variable, Variable ]

D[ x^3 + 2*x, x ]
D[ Log[ s ], s ]

## *4.x.1.10. Integration / Integrale*

Integrate[ Ausdruck, Variable ]
Integrate[ Ausdruck, {Variable, UntereGrenze, ObereGrenze } ]
NIntegrate[ Ausdruck, {Variable, UntereGrenze, ObereGrenze } ]

Integrate[ 1 / x, { x, 1, 2 } ]

## *4.x.1.11. Definition eigener Funktionen*

f[ Variable_ ] := Ausdruck
f[ Variable1_, Variable2_ ] := Ausdruck

der Unterstrich _ kennzeichnet in Mathematica das sogenannte Pattern, was bedeutet, dass an die Stelle für die Variable ein beliebiger Ausdruck stehen kann
Funktionen können also auch wieder mit z.B. Funktionen aufgerufen werden (exakte Schachtelung vorausgesetzt)
Benutzer-definierte Funktionen beginnen üblicherweise mit Kleinbuchstaben (übliche Konvention, aber wohl kein muss!)

Wurzel[ x_ ] := Sqrt[ x ]
Radius[ x_, y_ ] := Sqrt[ x^2 + y^2 ]

Definition und Eigenschaften einer Funktion lassen sich mit

Definition[ Funktion ]

bzw.

Information[ Funktion ]

anzeigen

das Löschen der Funktion erfolgt mit

Clear[ Funktion ]

## *4.x.1.12. Listen*

eine Liste wird durch geschweifte Klammern umschlossen und die Elemente Kommagetrennt aufgezählt

{ 1, 2, 3, 5, 7, 11 }
{ }

Funktion zur Erstellung einer Liste ist List[ ]
die Funktion erwartet kommagetrennt die Elemente der Liste

Range[ Zahl ] ereugt eine automatische Liste aus Zahlen beginend bei 1 bis einschließlich der Zahl
mit Range[ Anfang , Ende ] definiert man sich eine Liste ausgehend von der Anfangszahl bis einschließlich der Endzahl
gibt man einen dritten Parameter an, dann wird dieser als Schrittweite (bzw. Intervall) interpretiert
Range [ Anfang , Ende , Schrittweite ]

Zugriff auf Listen-Element über Index-Schreibweise

ClearAll[ liste ]
liste[1] = 2
liste[2] = 4
liste[3] = 8

liste[2] ergibt 4

Aufruf nicht existierender Elemente liefert Element-Name zurück

liste[6] ergibt liste[6]

automatische Bildung einer Liste / Reihe:

Table[ Ausdruck, { Variable, Startwert, Endwert } ]
Table[ Ausdruck, { Variable, Endwert } ]

ist kein Startwert angegeben, dann wird automatisch bei 1 begonnen

man kann Listen auch mit einer Funktion benutzen, dann wird eine Liste mit Ergebnissen (Funktionswerte) zurückgeliefert

Listen, die wiederum aus Listen zusammengesetzt sind, lassen sich mit

ColumnForm[ ListenListe ]

als Tabelle – quasi als Matrix ohne Klammer - anzeigen

## *4.x.1.13. Vektoren / Felder / Tabellen*

Vektoren / Tabellen sind praktisch auch Listen

v1 = Table[ x^2, x, x+2 ]
v2 = Table[ x^2, { x, 3 } ]

Indizes werden mit doppelten eckigen Klammern [ [ ] ] notiert

Zugriff auf ein "Element" außerhalb der Liste ergibt Fehler-Meldung

***Skalar-Produkt zweier Vektoren***

Vektor1 . Vektor2

***Vektor-Produkt zweier Vektoren***

Cross[ Vektor1, Vektor2 ]

## *4.x.1.14. Matrizen*

Matrizen sind Listen von Listen
Schreibung erfolgt Zeilen-weise

{ { 1, 2, 3, 4 }, { 5, 6, 7, 8 }, { 9, 10, 11, 12 } }

Anzeige der Matrizen in der üblichen Form

matrix1 = { { 1, 2, 3, 4 }, { 5, 6, 7, 8 }, { 9, 10, 11, 12 } }
MatrixForm[ matrix1 ]

matrix1 // MatrixForm

***automatische Belegung einer MxN-Matrix:***

MatrixenVariable = Table[ Ausdruck, { LaufVariableM, AnzahlM }, { LaufVariableN, AnzahlN } ]

***Element-weiser Zugriff über:***

MatrizenVariable[ [ ElementM, ElementN ] ]

***Matrizen-Produkt***

Matrize1 . Matrize2

***das Inverse einer Matrix***

Inverse[ Matrix ]

***Transponieren einer Matrix***

Transpose[ Matrix ]

***Determinante einer Matrix***

Det[ Matrix ]

## *4.x.1.15. Gleichungen*

Ausdruck1 == Ausdruck2

***symbolisches Lösen von Gleichungen***

Solve[ Gleichung, Variable ]
Solve[ Gleichungen, Variablen ]
Solve[ { Gleichung1, Gleichung2 }, { Variable1, Variable2 } ]

als Lösung erhält man eine oder mehrere Regeln (Variablen-Ersetzungen, "Zuweisungen")

gl1 = x^2 == 4
erg1 = Solve[ gl1, x ]

liefert: { { x -> -2 }, { x -> 2 } }

braucht man die Werte, dann benutzt man den Replacement-Operator /.

ergListe = x /. erg1
x /. %

daraus lassen sich die Einzelwerte, wie schon bei Listen / Vektoren besprochen, abgreifen

ergListe[ [1] ]
ergListe[ [2] ]

nummerisches Lösen einer Gleichung

NSolve[ Gleichung, Variable ]
FindRoot[ Gleichung, { Variable, VariablenWert } ]

## *4.x.1.16. Lösen von Differential-Gleichungen*

DSolve[ Gleichung, VariableX, VariableY ]

lsg1 = DSolve[ y''[x] == a*y[x], y, x ]

lsg2 = DSolve[ { y'[x] == y[x], y[0] == 2 }, y, x ]

Lösungen sind wiederum Regel

Umwandlung in "normale" (/ "echte") Funktionen

```
y[x] /. lsg1
fkt[ x_ ] := y[x] /. lsg1
```

## *4.x.1.17. Grafik*

### *2D-Grafiken*

```
Plot[ Ausdruck, { Variable, UntereGrenze, ObereGrenze } ]
Plot[ AusdruckListe, { Variable, UntereGrenze, ObereGrenze } ]
```

ein Plot kann auch einer Variable zugewiesen werden, z.B. um sie später mit anderen Plot's gemeinsam auszugeben

```
plot1 = Plot[ 0.2 * x^2 + 4, { x, 0, 10 } ]

plot2 = Plot[ 0.5 * x +3, { x, 0, 10 } ]
```

spezielle Attribute für Plot[ ]

```
Plot[ Ausdruck, { Variable, UntereGrenze, ObereGrenze }, AttributRegeln ]
```

häufig gebrauchte Attribut-Regeln:

```
PlotLabel -> "Funktions-Graph"
PlotRange -> { 0, 10 }          Y-Achse von 0 bis 10
AxesLabel -> { "x", "f(x)" }       Beschriftung der X- und der Y-Achse
```

Abfrage der möglichen Attribute inklusive der aktuellen Werte:

```
Attributes[ Plot ] = {HoldAll, Protected
```

Interaktive Grafik:

```
Manipulate[ Plot[ Funktion, {VariableX, UntGrX, ObGrX} ] , { VariableY, UntGrY, ObGrY } ] ]

Manipulate[ Plot[ Sin[a*x], {x,0,2*Pi} ], {a,1,5} ]
```

Grafik in Parameter-Darstellung

ParametricPlot[ { FunktionX[ VariableZ ], FunktionY[ VariableZ ] }, { VariableZ, UntereGrenzeZ, ObereGrenzeZ } ]

2D-Grafik mit Punkten und Polygon aus einer Liste

ListPlot[ { x1, x2, …, xn }, { y1, y2, …, yn } ]
ListPlot[ { x1, x2, …, xn }, { y1, y2, …, yn }, PlotJoined -> True ]

Attribut für Punkt-Größe
PlotStyle -> PointSize[0.02]

Verbinden mehrerer Plot's mit Show[ ]
Show[ plot1, plot2 ]

innerhalb von Show[ ] sind dann weitere Nachbearbeitungen der Plot (Grafiken) möglich

weitere Attribute:
Frame -> True
GridLines -> Automatic

Export einer Grafik in eine Datei+

verfügbar sind die Typen JPG, PNG, EPS, PDF, …)
benutzter Typ wird durch angegebenen Typ im Dateinamen bestimmt

graf = Plot[ … ]
Export[ "Grapfik1.png", graf ]

***3D-Grafiken***

Plot3D[ Ausdruck[x,y], { VariableX, UntereGrenzeX, ObereGrenzeX }, { VariableY, UntereGrenzeY, ObereGrenzeY } ]

Attribute:
PlotPoints -> 50 um z.B. eine feinere Zeichnung zu erhalten, statt harten Spitzen

## *4.x.1.18. Datei-Handling (Dateien lesen / schreiben)*

besonders für größere Datenmenge interessant
auch beim Ausprobieren / Experimentieren ist ständige Daten-Eingabe u.U. nervig

matrix = Import[ "Dateiname", "Table" ]

Einlesen einer Liste aus einer Textdatei, die in 2 Spalten Zahlenwerte enthält: (??? Tabulator- und / oder Leerzeichen-getrennt)

liste = ReadList[ "Daten.txt", Number, RecordLists -> True

Export[ "Dateiname", matrix, "Table" ]
Export[ "Dateiname", Grafik

Beispiel:
Export[ "Sinus.jpg" , Plot[ Sin[ x], (x, -Pi, 2*Pi) ] ]

Datei-Arbeit passiert im voreingestellten Daten-Verzeichnis

auf Linux-Systemen: /home/pi

Anzeige des aktuellen Verzeichnisses

Directory[ ]

Einstellen eines anderen Arbeits-Verzeichnisses:

SetDirectory[ "Verzeichnis" ]

## ***4.x.1.19. Programmieren von Mathematica***

Wolfram Language

wolfram-Programm verarbeitet Script-Dateien
müssen in einem Text-Editor erstellt werden und als *.wl-Dateien gespeichert werden

Aufruf zum Starten dann über die Konsole:

wolfram –script programmname.wl

```
Print[ "Hallo Welt!" ]
```

alternativ Text-Datei gleich als Script zu kennzeichnen und die Datei-Rechte mit

chmod a+x programmname.wl

Programmtext beginnt dann:

#!/usr/bin/wolfram –script

dann funktioniert der Aufruf aus der Konsole mit

./programmname.wl

## Verzweigungen / bedingte Anweisungen

If[ Bedingung, DANN-Anweisung, SONST_Anweisung ]

Switch[ Auswahlwert, Wert1, Anweisung1, Wert2, Anweisung2, …, _, SONST-Anweisung ]

Schleifen

For[ LaufVariable = Startwert, EndBedingung, Zählweise, SchleifenAnweisung ]

Do[ SchleifenAnweisung, { LaufVariable, Startwert, Endwert } ]


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

## *4.x.1.20. Problem-Lösungen mit Mathematica*

komplexe Folgen von Mathematica-Anweisungen

sich wiederholende Aufgaben lassen sich gut programmieren und dann mit veränderten Funktionen / Parametern usw. usf. aufrufen und neu berechnen

typisches Beispiel ist eine Kurven-Diskussion, bei der es klassische Arbeitsschritt-Folgen gibt
mit etwas zusätzlichen Aufwand lassen sich auch Eventualitäten beachten
z.B. unterschiedliche Zahlen von Extremwerten, Wendepunkten, …

für die normale Nutzung reicht die Abarbeitung der Schrittfolge durch Eintippen der passenden Anweisungen

gut für die Kontrolle von schriftlichen Rechnungen geeignet (Mathe ohne CAS, nur mit einem einfachen Taschenrechner)

## 4.x.1.20.1. Kurven-Diskussion

Definition der Funktion: (hier G)

G[x_] = (x^2 – x) / (1 + x^3)

Graph zeichnen

Plot[ G[x], {x,-10,10} ]

Grenzwerte ermitteln:

Limit[ G[x], x -> -Infinity ]
Limit[ G[x], x -> Infinity ]

Anzeige des Definitions-Bereich's

domain G

Anzeige des Werte-Bereichs

range[ G ]

Verhalten an den Grenzen des Defintions-Bereiches:

untGr = -Infinity
obGr = Infinity
Limit[ G[x], x -> untGr ]
Limit[ G[x], x -> obGr ]

Stetigkeit / Unstetigkeiten finden

is f[ x ] = 1 / x continuous

liefert auch die Art der Unstetigkeit zurück
infinite discontinuity Polstelle
removable discontinuity hebbare Definitionslücke
jump discontinuity Sprungstelle

Ableitungen bilden

g1[x_] = G'[x]
g2[x_] = g1'[x]

oder:


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

g1[x_] = G'[x]
g2[x_] = G''[x]

oder:

g1[x_] = D[ G[x], x ]
g2[x_] = D[ g1[x], x ]

Nullstellen berechnen

Solve[ G[x] == 0 ]

oder ev.: (findet aber nur die nächste Nullstelle hinter b)

FindRoot[ G[x] == 0, { x, b } ]

Schnittpunkt mit der Y-Achse

G[0]

Extrema

Solve[ g1[x] == 0 ]
G[%]

Bestimmung Hoch-Tief-Punkt

globale Maxima / Minima

maximize Funktion
minimize Funktion

lokale Maxima / Minima in einem Bereich

minimize Funktion, untGrenze<=Variable<=obGrenze

Monotonie(-Verhalten)

Wendepunkte

Solve[ g2[x] == 0 ]
G[%]

Funktions-Graph mit Ableitungen

Plot[ { G[x], g1[x], g2[x] }, { x, -10, 10 } ]

**programmiertes Modul:**

```
f[x_] :=  (2 x^3 - 4 x^2 + 2 x - 5)/(x^2 + 3 x - 2)

Kurven[f[x_]] := Module[{},
  Nullstellen = Solve [f[x] == 0, x];
  Pole = N[Solve[Denominator[f[x]] == 0, x]];
  Extremwertex = Solve [f'[x] == 0, x];
  Extremwertey = N[f[#]] & /@ (x /. Extremwertex);
  MinMax = N[f''[#]] & /@ (x /. Extremwertex);
  Wendepunktex = Solve[f''[x] == 0, x];
  Wendepunktey = N[f[#]] & /@ (x /. Wendepunktex);
  WendepunkteRichtung = N[f'''[#]] & /@ (x /. Wendepunktex);
  Grenzwert1 = Limit[f[x], x -> \[Infinity]];
  Grenzwert2 = Limit[f[x], x -> -\[Infinity]];
  Print["Nullstellen: ", N[Nullstellen]] ;
  Print[];
  Print["Pole: ", Pole];
  Print[];
  Print["Extremwerte: "];
  Print["-- X-Werte: ", N[Extremwertex]];
  Print["-- Y-Werte: ", N[Extremwertey]];
  Print["-- MinMax: ", N[MinMax]];
  Print[];
  Print["Wendepunkte: "];
  Print["-- X-Werte: ", N[Wendepunktex]];
  Print["-- Y-Werte: ", N[Extremwertey]];
  Print["-- Wendepunkterichtung: ", N[WendepunkteRichtung]];
  Print[];
  Print["Verhalten für x-> +\[Infinity]: ", Grenzwert1];
  Print["Verhalten für x-> -\[Infinity]: ", Grenzwert2];
  Print[];
  Plot[f[x], {x, -10, 10}]
  ]
```

Q: http://matheplanet.com/default3.html?call=viewtopic.php?topic=99645&ref=https%3A%2F%2Fwww.google.de%2F

Verbesserungs-Vorschläge (aus gleicher Q)

```
Extremwertex = Select[x /. Solve [f'[x] == 0, x], (Element[#, Reals]) &];

Extremwertey = N[f[Extremwertex]];
MinMax=N[f''[Extremwertex]];
```

## *4.x.1.21. Wolfram|Alpha-Abfrage*

Wissendatenbank / Wissenschaftssuchmaschine
diverse Fakten und Statistiken hinterlegt

population of London > New York

→ True

golden gate brigde vs humber bridge

→ liefert diverse Informationen zu den genannten Brücken

**Quellen / Links:**

http://www-com.physik.hu-berlin.de/~bunk/kurs/mathematica/mathematica.html
http://www3.math.tu-berlin.de/moses/old_moses/Mathematik/Subsites/Doku/kurzanleitung_mathematica.nb.pdf
https://pi-buch.info/mathematica-auf-dem-raspberry-pi/
reference.wolfram.com/language
http://www.wolfram.com/language/elementary-introduction/2nd-ed/
http://kirste.userpage.fu-berlin.de/chemnet/use/math.html
http://wwwa1.kph.uni-mainz.de/Vorlesungen/SS10/Computer/Mathematica_1.pdf
…
http://wwwa1.kph.uni-mainz.de/Vorlesungen/SS10/Computer/Mathematica_6.pdf

# 5. mathematische Probleme

Gemeint sind hier nicht die großen mathematischen Fragen / Rätsel dieser Zeit, sondern es soll hier um einzelne mathematische Fragestellungen gehen, die mit den weiter vorne beschriebenen Hilfsmitteln ganz unterschiedlich gelöst werden. Hier stehen die mathematischen Sachverhalte im Vordergrund. Ab und zu werden wir auch einzelne – besonders gut geeignete – Lösungs-Ansätze präsentieren.

# *5.x. Regression*

**Korrelations-Faktor k**

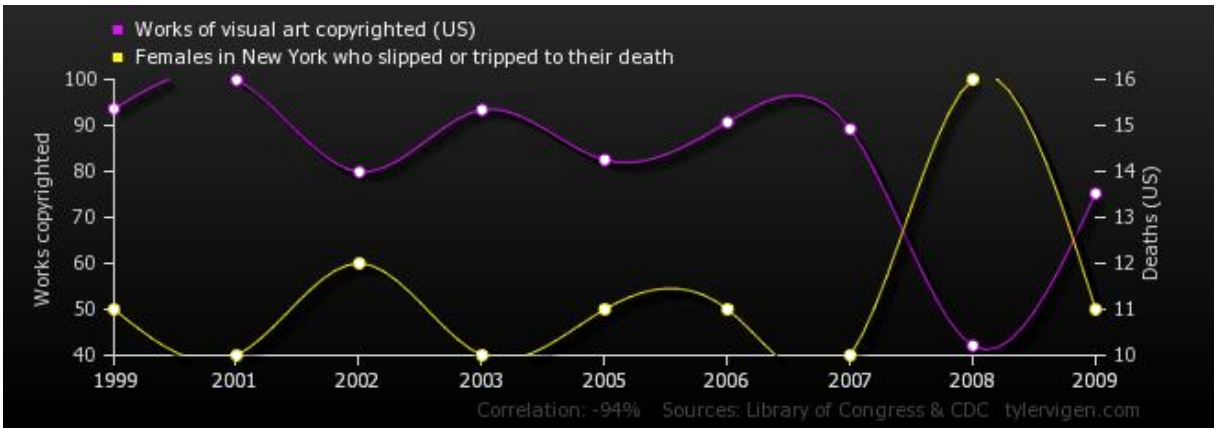
gibt an, wie gut die berechnete Funktion zu den Daten passt
der Korrelations-Fajtor ist ein Wert zwischen 1 und – 1, wobei ein absoluter Wert von 1 einen 100 % Zusammenhang beschreibt, während bei k = 0 überhaupt kein Zusammenhang besteht
Wichtig! Gemeint ist hier der reine Werte-Zusammenhang. Ob die Daten semantisch wirklich miteinander zu tun haben, muss extra geprüft werden
ein positiver Korrelations-Faktor beschreibt einen steigenden Zusammenhang, ein negativer einen fallenden.

## *Aufgaben:*

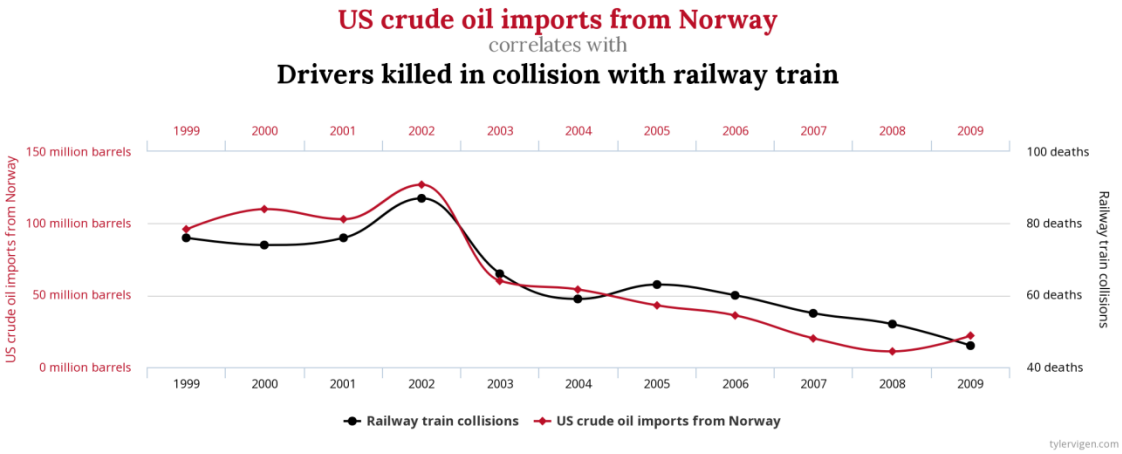
***1.***

***2. Analysieren Sie die folgenden Diagramme auf ihre Korrelation!***

***3.***




Q: /D/




## ***Vorhersage-Modell***

Anwendung des ermittelten Modell's / der ermittelten Funktion auf neue Werte

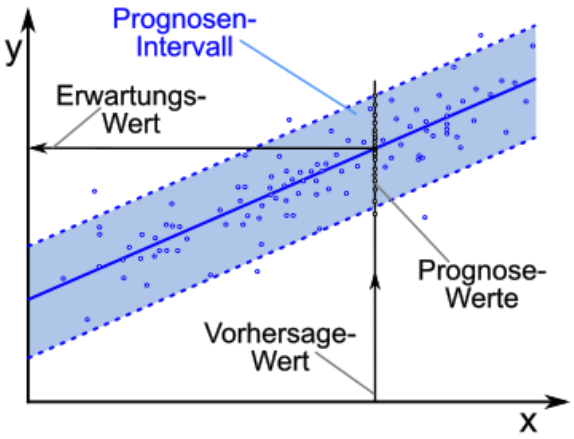
hier: lineares Vorhersage-Modell

Basis ist die von uns ermittelte Regressions-Gerade / -Funktion

**Prognose-Intervall**

für die Vorhersage neuer Werte zu einem festgestellten Zusammenhang wird der erwartete Mittelwert (Erwartungs-Wert) zugrunde gelegt
für diesen nehmen wir an, dass er den geringsten Fehler zum tatsächlichen Wert hat, sein Fehler also 0 beträgt

liegt der vorhergesagte Wert neben dem Erwartungswert, dann haben wir einen Fehler
dieser Fehler lässt sich berechnen

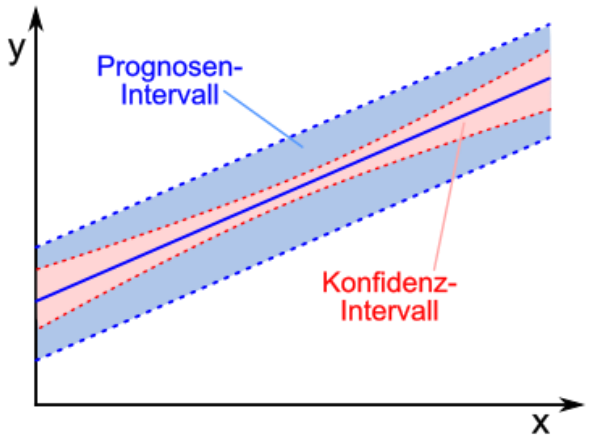



oft will man nun wissen, in welchem Bereich der vorhergesagte Wert liegen darf, so dass man den Fehler noch akzeptieren kann, dann braucht die Kenntnis einer Fehler-Grenze
Häufig akzeptiert man eine Abweichung von 5 %
das meint, dass 95 % aller voausgesagten Werte im begrenzten Bereich liegen

**Konfidenz-Intervall**

Bereich, in dem der tatsächliche Mittelwert vermutet wird

 (c,p) 2003 - 2024 lsp: dre




 (c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

# Literatur und Quellen:

/1/
ISBN

/A/ Wikipedia
http://de.wikipedia.org

/B/

/C/

/D/ www.tylervigen.com/spurious-correlations (01.10.2020)

Die originalen sowie detailliertere bibliographische Angaben zu den meisten Literaturquellen sind im Internet unter http://dnb.ddb.de zu finden.

 (c,p) 2003 - 2024 lsp: dre

**Abbildungen und Skizzen entstammen den folgende ClipArt-Sammlungen:**

/a/ 29.000 Mega ClipArts; NBG EDV Handels- und Verlags AG; 1997

/b/

andere Quellen sind direkt angegeben.

**Alle anderen Abbildungen sind geistiges Eigentum:**

/l/ lern-soft-projekt: drews (c,p) 1997-2024 lsp: dre

*verwendete freie Software:*

- **Inkscape** von: inkscape.org (www.inkscape.org)
- **CmapTools** von: Institute for Human and Maschine Cognition (www.ihmc.us)

⊞- (c,p)2003 - 2024 lern-soft-projekt: drews -⊟
⊞- 18069 Rostock; Luise-Otto-Peters-Ring 25 -⊟
⊞- Tel/AB (0381) 760 12 18 FAX 760 12 11 -⊟

# *Vorlagen:*

| |
|---|
| Die Belohnung für eine gute getane Sache ist,<br>sie getan zu haben<br>Ralph Waldo EMERSON |

(🕮 **Genetik**)

| **Definition(en): Mesomerie** |
|---|
| |
| |
| |

| **Übung(en): progressive Muskel-Entspannung nach JACOBSON** |
|---|
| |

| **Regel ...** |
|---|

| **Exkurs:** |
|---|
| |



## *5.5. Begriffe und Begriffsbestimmungen, Definitionen*

**ZIFFERN und ZEICHEN**

**2-Aminosäure** — Aminosäure, bei der sich die / eine Amino-Gruppe am 2. Cohlenstoff-Atom – der von der Säure-Gruppe aus gezählten – Cohlenstoff-Kette befindet

**α-Aminosäure** — → 2-Aminosäure; α (alpha) steht für die erste Nachfolge-Position in der Cohlenstoff-Kette vom höchstoxidierten C-Atom aus gezählt

**π-Bindung** (pi-Bindung) — Bindung zwischen zwei Atomen, an denen nicht-hybridisierte Elektronen beteiligt sind (nicht rotationssymmetrisch / drehbar)

**σ-Bindung** (sigma-Bindung) — Bindung zwischen zwei Atomen, an denen hybridisierte Elektronen beteiligt sind (immer rotationssymmetrisch / drehbar)

# A

**abgeschlossenes System** — → isoliertes System

**Aldehyde** — → Alkanale; Stoffgruppe der Stoffe mit endständiger Carbonyl-Gruppe

**Aldose** — → Monosaccharid (→ Einfachzucker) mit einer (endständigen) → Aldehyd-Gruppe im Molekül

**Alkanale** — → Aldehyde; Stoffgruppe der Stoffe mit endständiger Carbonyl-Gruppe

**Alkanone** — → Ketone; Stoffgruppe der Stoffe mit doppelt-gebundenem Sauerstoff-Atom an einem sekundärem C-Atom im Moleküle

**Alkene** — Cohlenwasserstoffe mit mindestens einer Doppel-Bindung im Molekül (außer → Aromate)

**Aktiniden** — sind die Elemente mit den Ordnungs-Zahlen ab 90. Ihre Atome sind durch Außen-Elektronen auf 5f-Orbitalen gekennzeichnet.

**Aktivierungs-Energie** — ist die Energie, welche die Teilchen (im aktivierten Zustand) besitzen müssen, um miteinander zu reagieren

**Amine** — Substitutions-Produkte des Ammoniaks, bei dem mindestens ein Wasserstoff-Atom durch einen Cohlenwasserstoff-Rest (od. dessen Derivat) ausgetauscht wurde

| **Problem-Fragen für Selbstorganisiertes Lernen** |
| --- |
| ? |

| Syntax | Beschreibung |
|---|---|
| | |

| Beispiel(e) | Kommentar(e) |
|---|---|
| | |

1

```
>>>
```

```
>>>
```

```
>>>
```

1.
2.
3.

- 
- 
- 


(c,p) 2003 - 2024 lsp: dre